

Un modelo analítico para el ajuste y predicción de conjuntos de curvas de porcentaje de dosis en profundidad

An analytical model for the prediction of a set of percentage depth dose curves

Alejandro Prado Barragán^{1,*}, Francisco Rafael Lozano Martínez², Luis Carlos Martínez Gómez¹, María José Rot San Juan¹

¹ Servicio de Radiofísica y Protección Radiológica, HU 12 de Octubre, Madrid (España).

² Servicio de Radiofísica y Protección Radiológica, HU HM Sanchinarro, Madrid (España).

Fecha de Recepción: 05/06/2018 - Fecha de Aceptación: 19/10/2018

Objetivo: en este trabajo se propone un modelo para la obtención del porcentaje de dosis en profundidad (PDD) en función de la profundidad (z) y el tamaño de campo (S).

Material y método: se realizan medidas experimentales de *PDD* con tres detectores distintos para varios valores de z y S . Los tamaños de campo empleados varían entre $6 \times 6 \text{ mm}^2$ y $100 \times 100 \text{ mm}^2$. Para cada detector los datos experimentales son ajustados al modelo para obtener los parámetros libres del mismo. Además, se obtiene una expresión para la variación de la profundidad del máximo en función de S . Para analizar la bondad del modelo se comparan los valores experimentales con los predichos por el modelo para cada detector. Como aplicación directa del modelo se obtienen las curvas *PDD* para todos los tamaños de campo medidos empleando en la caracterización del modelo tres y cinco tamaños de campo respectivamente.

Resultados y discusión: los resultados encontrados muestran diferencias menores del 3% (análisis general) y menores del 5% (análisis de la curva por tramos). Con respecto a la profundidad del máximo se encuentra que, en general, las predicciones difieren en menos de un milímetro de las medidas experimentales. Con respecto a la utilización de 3 y 5 tamaños de campos las diferencias respecto a las medidas experimentales son del mismo orden que las obtenidas al emplear los 11 tamaños de campos medidos. La variación de los parámetros del modelo cuando se varía el número de tamaños de campo empleados es, en general, menor al 2%.

Conclusión: el modelo propuesto proporciona un ajuste satisfactorio a las curvas *PDD* experimentales, pudiendo ser este de gran utilidad para control de calidad, cálculo secundario de unidades monitor (UM) o la posibilidad de ahorrar tiempo en la realización de medidas experimentales.

Palabras clave: Porcentaje de dosis en profundidad, radioterapia, modelo de ajuste, control de calidad, acelerador lineal.

Objective: in the present paper a method for the determination of the percentage depth-dose distributions (*PDD*) as a function of depth (z) and field size (S) is presented.

Methods and material: field sizes used range from $6 \times 6 \text{ mm}^2$ to $100 \times 100 \text{ mm}^2$. Measurements of *PDD* functions were carried out for different values of S employing three distinct detectors. So as to determine the model parameters for each detector it was fitted to experimental data. In addition to that, an expression for the dependence of the maximum depth (z_{max}) on S is obtained. To analyze the goodness of the model predictions the model results were compared to experimental data for each detector. As a direct application of the model proposed all experimental *PDD* curves were calculated measuring only three and five field sizes, respectively.

Results and discussion: discrepancies obtained are lesser than 3% (general analysis) and lesser than 5% (partial analysis). Regarding z_{max} predictions, differences with respect to experimental data do not exceed 1 mm . Discrepancies obtained when utilizing 3 and 5 field sizes were of the same order as those yielded by the full model (11 field sizes). The model parameters variation when distinct field sizes are utilized is lower than 2%.

Conclusion: the model proposed satisfactorily agrees with experimental data. It could be used for quality assurance purposes, secondary monitor unit calculations and might help reducing the number of measurements needed to determine a full set of *PDD* curves.

Key words: Percentage depth-dose, radiotherapy, model fit, quality control, linear accelerator.

* Correspondencia
alejandropb_@hotmail.com

Introducción

El porcentaje de dosis en profundidad¹ (*PDD*) es una de las magnitudes fundamentales en el marco de la radioterapia externa. La determinación experimental de las curvas *PDD* es de capital importancia tanto para el cálculo de unidades de monitor (*UM*) como para el correcto modelado de un acelerador de uso clínico en los sistemas de planificación. Este modelado está directamente relacionado con la distribución de dosis en el *PTV* así como con las dosis que recibirán los órganos circundantes. Por lo tanto, una correcta caracterización de las curvas *PDD* es obligatoria para asegurar un tratamiento óptimo para los pacientes de radioterapia. Debido a la importancia de esta magnitud se han propuesto numerosos modelos de distinta índole que tratan de predecir y/o ajustar las curvas experimentales medidas para distintos rangos de *S* y *z*.

En Sterling et al.^{2,3} se expone una expresión matemática para la determinación de valores de *PDD* en función de *z* para haces de ⁶⁰Co. En el modelo propuesto no se considera el primer centímetro de profundidad debido a que el modelo no predice la zona de build-up. En C. Kanellitsas et al.⁴ se desarrolla un formalismo matemático para el cálculo de distribuciones de dosis en función de varios factores que modelan los distintos efectos de tamaño de campo, profundidad o distancia fuente-superficie. Se emplea la separación en componente primaria y dispersa.⁵ En Sain D. Ahuja et al.⁶ se desarrolla un modelo semiempírico para obtener valores de *PDD* en función de *S*. En este estudio se obtienen discrepancias del 3% para valores de *S* menores que $20 \times 20 \text{ cm}^2$ y del 5% para valores de *S* mayores que $20 \times 20 \text{ cm}^2$. La zona de build-up no ajusta con precisión al modelo propuesto. Un formalismo con un carácter físico más pronunciado es el propuesto por B.E. Bjärngard and P. Vadash,⁷ en el cual se estudia las distribuciones de dosis en el eje central a partir de un conjunto de funciones con significado físico. Los autores consiguen obtener valores de *PDD* para la región de equilibrio electrónico con un error máximo de un 2.5%. En los estudios publicado por R. Ravishankar et al.⁸ y Surjat Pal et al.⁹ se establece una separación de la componente primaria y de la dispersa,⁵ ajustando esta última a una expresión semiempírica. Las discrepancias de su modelo con las medidas experimentales están en torno al 3%, considerando varios valores de *S* y varias energías. El modelo propuesto por M.J. Tahmasebi y S.M. Katbalaee¹⁰ (MTK), es un modelo que, basándose en principios físicos, proporciona una expresión matemática para la predicción de valores del *PDD* en función de *S* y *z*. Con este modelo los autores calculan los valores del *PDD* para *S* entre $5 \times 5 \text{ cm}^2$ y $40 \times 40 \text{ cm}^2$ y obtienen a partir de los datos expresiones de ajuste para los parámetros de atenuación efectiva y de la posición de la profundidad del máximo de dosis. A partir de ellas

obtienen curvas *PDD* y comparan las predicciones del modelo con los valores experimentales. La comparación con los datos experimentales es la que, en última instancia, da cuenta del rango de validez de los distintos modelos. La obtención de un modelo fiable para las curvas *PDD* para un rango dado de *z* y de *S* proporciona una herramienta especialmente útil. Sería posible establecer una comparación entre los valores predichos por el modelo y los medidos directamente por el usuario. De esta manera se podría establecer un método de control de calidad que ayude a detectar errores en las medidas experimentales, pudiéndose emplear este modelo para aceptar o rechazar uno o varios conjuntos de medidas. Además cabría la posibilidad una vez establecido el modelo para un determinado acelerador lineal, llegar a reducir el número de medidas experimentales necesarias. Estos puntos aparecen desarrollados en los trabajos de B.E. Bjärngard et al.¹¹ y Y. Xiao et al.,¹² en los que se emplean modelos semiempíricos para control de calidad de curvas *PDD* y *TPR*. En el trabajo de Hossain et al.¹³ los autores proponen un modelo que no considera la zona de build-up y predice las curvas *PDD* para tamaños de campo irregulares. Para energías de 6 MV consiguen un 1% de desviación respecto a las medidas experimentales a partir de una profundidad de 3.5 cm y un 2% si se consideran profundidades mayores a 1 cm. Para 18 MV las desviaciones están en torno al 2% a partir de 4.5 cm.

El objetivo de este trabajo es la presentación de un nuevo modelo matemático para el ajuste de curvas *PDD* en función de *z* y *S* incluyendo la zona de build-up para tamaños de campo menores a $10 \times 10 \text{ cm}^2$, la comparación de los valores predichos con medidas experimentales y el estudio del comportamiento del modelo cuando se emplean conjuntos reducidos de datos para la obtención de sus parámetros libres. El modelo propuesto parte del modelo MTK¹⁰ pero emplea distintas expresiones para obtener tanto los parámetros libres como la profundidad del máximo. Este modelo permite el ajuste a tamaños de campo más pequeños que el MTK¹⁰ (hasta $6 \times 6 \text{ mm}^2$). La medida de campos pequeños se caracteriza por una mayor complejidad técnica y una herramienta de este tipo puede ser de utilidad para la puesta en marcha de técnicas especiales, como SRS y SBRT, para las cuales en la actualidad se suelen emplear haces de baja energía.

Material y método

Las medidas experimentales se llevaron a cabo en un acelerador modelo Varian Unique (Varian Medical Systems, Palo Alto, CA) que posee una única energía de 6 MV. En el gantry del acelerador se colocó el colimador micro-multilamina *m3* (BrainLAB) que posee unas anchuras de lámina en el isocentro de 3, 4.5 y 5.5 mm,

respectivamente. El tamaño de campo máximo que este colimador puede establecer es de $98 \times 98 \text{ mm}^2$.

Como maniquí de agua se empleó una *Blue Phantom 2 (Scanditronix-Wellhöfer)*, con dimensiones de $50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm} \times 50 \text{ cm}$ para evaluar los valores del *PDD* para profundidades entre 0 y 30 cm y para tamaños de campo entre 6×6 y $98 \times 98 \text{ mm}^2$.

En el inserto móvil de la *Blue Phantom 2* se colocaron tres detectores distintos, para obtener varias estimaciones de los datos. Estos detectores fueron dos cámaras de ionización, *CC04* y *CC13 (IBA Dosimetry)*, y un diodo de estereotaxia *SFD (IBA Dosimetry)*.

Para registrar las medidas experimentales en un ordenador se empleó el programa *OnmiPro Accept (IBA Dosimetry)*. El análisis de datos se realizó mediante *Microsoft Excel 2013* y tanto el ajuste de parámetros como la obtención de los estadísticos de interés mediante *Mathemática 9.0 (Wolfram Research)*.

El modelo MTK¹⁰ considera de forma diferente la dosis absorbida total y la debida únicamente a la radiación dispersa. La expresión para el valor del *PDD* que proponen viene dada por la expresión:

$$PDD(z, S) = ae^{-\mu_1(S)z} + be^{-\mu_2(S)z} \quad (1)$$

donde a y b no varían con el tamaño de campo, μ_1 y μ_2 son los coeficientes de atenuación efectivos de la radiación total y de la radiación dispersa (dependientes de S) y z es la profundidad. El modelo propuesto se basa en permitir la variación con el tamaño de campo de los parámetros a y b . Las expresiones de ajuste a los parámetros del modelo no son exactamente iguales que las propuestas en el modelo MTK.¹⁰ Además, la forma de obtener una expresión para la profundidad del máximo es directa a partir de la ecuación (1). Tres conjuntos de medidas independientes de curvas *PDD*, para un total de once tamaños de campo (6×6 , 12×12 , 18×18 , 24×24 , 30×30 , 36×36 , 42×42 , 60×60 , 80×80 , 90×90 y $98 \times 98 \text{ mm}^2$) se obtuvieron mediante el empleo de tres detectores distintos. En lo que resta de manuscrito al modelo que emplea los datos referentes a los once tamaños de campo se denotará como *11S*. Las medidas se realizaron de acuerdo con lo establecido en el código de práctica de la IAEA TRS 398.¹⁴

El análisis se llevó a cabo de forma independiente para cada uno de los detectores. El objeto de emplear más de un detector es la comprobación de que el modelo propuesto se ajusta al uso de una gama representativa de detectores diferentes existentes en un servicio de radioterapia. En ningún caso se pretende comparar los tres detectores. El ajuste de la curva *PDD* para cada S medido se llevó a cabo con el software comercial *Mathematica*, el cual proporcionó tanto los valores de los parámetros de ajuste con su error como algunos estadísticos de interés. Para la obtención de los

parámetros a , b , μ_1 y μ_2 , se utilizó la expresión (1) en el ajuste a los datos experimentales, obteniendo así una lista de ellos para cada tamaño de campo y detector. Una vez obtenidos los parámetros del ajuste para cada valor del tamaño de campo y para cada detector se propuso el siguiente modelo de ajuste para los parámetros del modelo:

$$a = m_1S + n_1 \quad (2)$$

$$\mu_1 = b_1S + a_1 \quad (3)$$

$$b = m_2S + n_2 \quad (4)$$

$$\mu_2 = \frac{a_2}{S^2} + b_2 \quad (5)$$

donde los parámetros m_1 , n_1 , b_1 , a_1 , m_2 , n_2 , a_2 y b_2 , son los ocho parámetros libres del modelo. Sustituyendo en (1) las expresiones (2)-(5) se obtiene una expresión que da cuenta de la curva *PDD* en función de S y de z :

$$PDD(z, S) = (m_1S + n_1)e^{-(b_1S + a_1)z} - (m_2S + n_2)e^{-\left(\frac{a_2}{S^2} + b_2\right)z} \quad (6)$$

El error atribuido a las medidas experimentales se obtuvo empleando la propagación cuadrática de errores,¹⁵ teniendo para ello en cuenta que los valores experimentales fueron normalizados a la profundidad de 10 cm :

$$\overline{PDD}(z) = \frac{PDD(z)}{PDD(10)} \quad (7)$$

Por tanto, si aplicamos la expresión de la propagación cuadrática de errores¹⁵ sobre esta expresión, se llega a la expresión utilizada para caracterizar el error en nuestro conjunto de medidas:

$$\Delta\overline{PDD}(z) = \frac{\Delta PDD(z)}{PDD(10)} \sqrt{1 + \left(\frac{PDD(z)}{PDD(10)}\right)^2} \quad (8)$$

donde se ha considerado que $\Delta PDD(z)$ es el error debido la precisión del electrómetro empleado. Una vez obtenidos los valores de los parámetros libres se generaron tablas de valores *PDD* a partir de la expresión (6) y se compararon con los valores experimentales obtenidos con cada detector. Para determinar la bondad del modelo se realizó un análisis estadístico de los datos. En primer lugar se analizaron los coeficientes de determinación de los ajustes. Posteriormente, para cada detec-

tor se evaluó la diferencia entre el modelo de ajuste y los datos experimentales en tanto por ciento. Se define un valor numérico, al que se denomina desviación límite (DL), como la desviación de los valores experimentales respecto al modelo tal que el 95% de los valores experimentales posean desviaciones iguales o menores al valor de DL considerado. Por ejemplo, un valor de DL igual a 2 implicaría que hay un 95% de los puntos que poseen una desviación respecto al modelo menor o igual a un 2%. Este análisis puede emplearse para determinar tanto los puntos fuertes como las carencias del modelo en función tanto de z como de S . Además de para cada curva completa, este análisis se lleva a cabo para una subdivisión de la curva en tres tramos: zona de build-up (0-10 mm), entorno del máximo (10-20 mm) y zona de caída (20-300 mm). Esta división permite localizar mejor los puntos fuertes y las debilidades del modelo. Para evaluar la tendencia del máximo con la variación de S simplemente se buscó el máximo de la función (1) respecto a z . Para ello se derivó la expresión (6) respecto a z . Debido a que la función PDD posee un máximo y para profundidades grandes decrece siguiendo un comportamiento asintótico, no es necesario verificar el extremo a través de la segunda derivada. La función que expresa la variación de la profundidad del máximo en función de S obtenida es la siguiente:

$$z_{\max} = \frac{1}{\mu_2 - \mu_1} \text{Ln} \left(\frac{b\mu_2}{a\mu_1} \right) \quad (9)$$

Con respecto a la dosis superficial, el modelo predice un comportamiento lineal con S , obtenido al sustituir $z = 0$ en la expresión (6). El resultado viene determina-

do por la expresión (9) y está de acuerdo con los datos experimentales consultados en la bibliografía.¹⁶⁻¹⁸

$$PDD(0) = (m_1 - m_2)S + n_1 - n_2 \quad (10)$$

Con objeto de ver el comportamiento del modelo cuando se emplea un menor número de tamaños de campo en la obtención de sus parámetros libres se ha caracterizado el mismo empleando medidas experimentales asociadas a tres y cinco tamaños de campo respectivamente. Para el caso de tres tamaños de campo ($3S$) se han seleccionado los tamaños de 6×6 , 18×18 y $98 \times 98 \text{ mm}^2$, mientras que para el caso de cinco tamaños de campo ($5S$) los tamaños de campo seleccionados han sido 6×6 , 18×18 , 30×30 , 42×42 y $80 \times 80 \text{ mm}^2$. En ambos casos los tamaños de campo han sido seleccionados tanto para cubrir de manera representativa el rango estudiado como para muestrear bien la región de campos más pequeños, pues en esta región algunos parámetros cambian la tendencia respecto a tamaños de campo mayores (parámetros b y μ_2). En cada caso se han obtenido las predicciones que el modelo hace de las curvas PDD para todos los tamaños de campo medidos y se han comparado los resultados con los obtenidos experimentalmente. Para esta parte exclusivamente se han empleado los datos experimentales obtenidos con la cámara de ionización $CC04$, ya que se ha considerado que es un detector con un volumen efectivo adecuado para los tamaños de campo estudiados, además de ser un detector ampliamente utilizado en los servicios de radiofísica.

El análisis estadístico llevado a cabo se basa en una prueba t de Student considerando ambas colas de la distribución. La hipótesis nula de partida de basa en

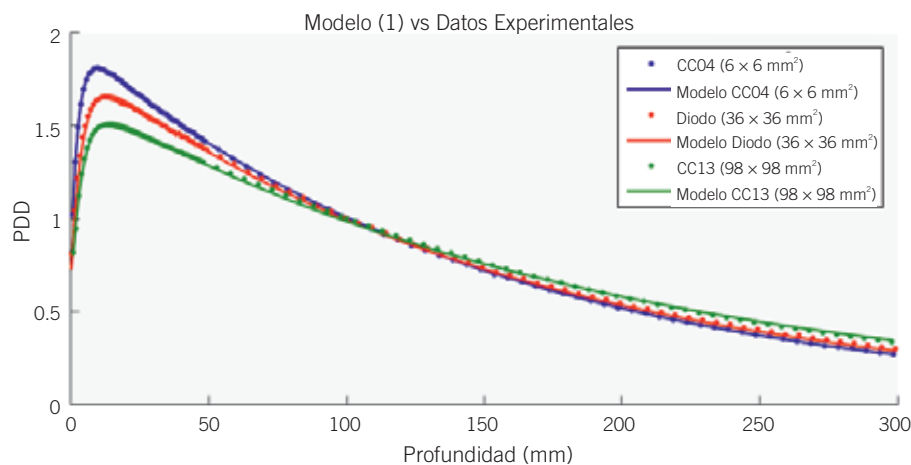


Fig. 1. Comparación del modelo de ajuste para curvas PDD (1) con datos experimentales obtenidos para varios detectores. Los datos experimentales están representados con sus correspondientes barras de error, aunque debido a su magnitud no se aprecian.

Tabla 1. Valores del ajuste de los parámetros libres del modelo para los tres detectores en función de *S*.

	CC04		Diodo		CC13	
	Valor	Error	Valor	Error	Valor	Error
m_1	-0.0029778	$8 \cdot 10^{-7}$	-0.0027633	$6 \cdot 10^{-7}$	-0.002694	$1 \cdot 10^{-6}$
n_1	1.97194	$5 \cdot 10^{-5}$	1,95409	$4 \cdot 10^{-5}$	1.9280	$1 \cdot 10^{-4}$
m_2	-0.003299	$3 \cdot 10^{-6}$	-0.001767	$2 \cdot 10^{-6}$	-0.003227	$6 \cdot 10^{-6}$
n_2	1.2526	$1.6 \cdot 10^{-4}$	1.1342	$1.3 \cdot 10^{-4}$	1.3303	$4 \cdot 10^{-4}$
b_1	$-1.3961 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$-1.2359 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$-1.2527 \cdot 10^{-5}$	$9 \cdot 10^{-9}$
a_1	0.0067773	$2 \cdot 10^{-7}$	0.0066485	$2 \cdot 10^{-7}$	0.0065145	$6 \cdot 10^{-7}$
b_2	0.24634	$4 \cdot 10^{-5}$	0.24514	$3 \cdot 10^{-5}$	0.2412	$1 \cdot 10^{-4}$
a_2	5.56	$1 \cdot 10^{-2}$	6.411	$9 \cdot 10^{-3}$	9.77	$8 \cdot 10^{-2}$

considerar las curvas comparadas como diferentes. Se considera que los resultados son estadísticamente significativos cuando el valor p obtenido sea menor que 0.05.

Resultados

Los resultados del ajuste de la expresión (1) a los datos experimentales se puede observar en la figura 1, en la cual se muestran tres curvas seleccionadas para distintos tamaños de campo y distintos detectores (ejemplo representativo del ajuste a distintos valores de *S* y empleando los tres detectores).

A partir de este primer ajuste se obtienen los valores, para cada *S*, de los parámetros *a*, *b*, μ_1 y μ_2 . Los

parámetros libres del modelo, como función de *S*, siguen tendencias bien definidas. Empleando el ajuste propuesto en las ecuaciones (2)-(5) se obtienen los valores de los parámetros libres del modelo así como sus errores asociados para los tres detectores (tabla 1).

Los parámetros libres asociados a la primera exponencial de la expresión (1) se ajustan a una línea recta con un coeficiente de determinación $r^2 \geq 0.939$, mientras que los ajustes asociados a parámetros pertenecientes a la segunda exponencial poseen $r^2 \geq 0.673$. En la tabla 2 aparecen recogidos los coeficientes de determinación de los ajustes de los parámetros *a*, *b*, μ_1 y μ_2 para los tres detectores empleados. En la figura 2 se puede observar la tendencia de cada uno de los parámetros del modelo obtenidos para la cámara de ionización CC04.

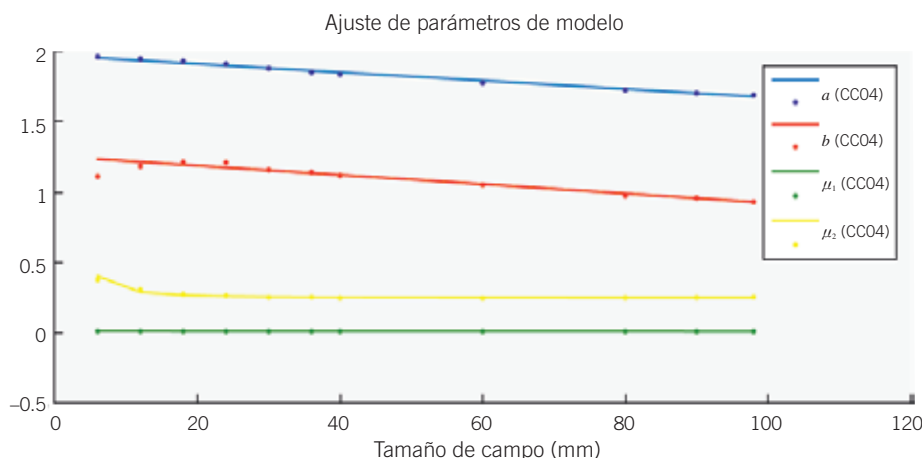


Fig. 2. Ajuste de los parámetros libres del modelo *a*, *b*, μ_1 y μ_2 en función del tamaño de campo para la cámara CC04. Los datos experimentales están representados con sus correspondientes barras de error, aunque debido a su magnitud no se aprecian.

Tabla 2. Coeficientes de determinación R^2 asociados a los ajustes de los parámetros a , b , μ_1 y μ_2 para los tres detectores empleados.

	Diodo	CC04	CC13
a	0.954	0.987	0.939
b	0.673	0.952	0.718
μ_1	0.939	0.995	0.958
μ_2	0.978	0.998	0.986

A partir de los parámetros libres obtenidos del modelo para cada uno de los detectores se generaron tablas de valores PDD para todo el rango de S y z medido experimentalmente. Empleando la expresión (6), con sus respectivos valores de los parámetros de ajuste obtenidos, se han reproducido las curvas PDD experimentales. En la figura 3 se muestran los datos experimentales de PDD con los tres detectores para tres valores de S distintos junto con las curvas de ajuste establecidas mediante la expresión (6).

Para una cuantificación más precisa de la bondad de los valores predichos por el modelo aparecen refle-

Tabla 4. Valores experimentales y predichos por la expresión (9) de z_{\max} en función del tamaño de campo junto con las diferencias expresadas en mm.

S (mm)	Experimental (mm)	Modelo (mm)	Desviación (mm)
6	9.6	9.22	0.34
12	10.6	11.24	0.68
18	12.6	12.54	0.02
24	13.6	12.82	0.74
30	12.6	12.97	0.41
36	12.6	13.05	0.49
42	13.6	13.12	0.44
60	13.6	13.23	0.33
80	13.6	13.31	0.25
90	13.6	13.34	0.22
98	13.6	13.38	0.18

jados en la tabla 3, para algunos valores de z y S , los valores del PDD experimental, los valores determinados con el modelo y las desviaciones relativas correspon-

Tabla 3. Valores de PDD experimental y con el modelo (6). La desviación representa la diferencia relativa entre el PDD experimental y el modelo (6).

	S (mm ²)	18 × 18			42 × 42			80 × 80		
		z (mm)	Experimental	Modelo	Desviación	Experimental	Modelo	Desviación	Experimental	Modelo
CC04	11	1.730	1.717	0.74%	1.627	1.650	1.40%	1.544	1.559	0.99%
	31	1.581	1.572	0.63%	1.516	1.528	0.76%	1.446	1.457	0.74%
	64	1.273	1.267	0.42%	1.257	1.246	0.87%	1.224	1.209	1.17%
	134	0.800	0.802	0.19%	0.811	0.807	0.44%	0.822	0.814	1.00%
	209	0.494	0.491	0.45%	0.504	0.508	0.74%	0.527	0.533	1.08%
SFD	14	1.726	1.713	0.72%	1.623	1.654	1.87%	1.521	1.568	3.04%
	34	1.535	1.529	0.37%	1.470	1.490	1.36%	1.407	1.427	1.40%
	74	1.184	1.182	0.15%	1.172	1.166	0.51%	1.151	1.138	1.19%
	159	0.685	0.684	0.17%	0.694	0.692	0.15%	0.713	0.704	1.33%
	229	0.441	0.436	0.95%	0.454	0.451	0.67%	0.476	0.474	0.46%
CC13	18	1.680	1.701	1.28%	1.604	1.634	1.87%	1.515	1.533	1.23%
	36	1.507	1.528	1.40%	1.460	1.480	1.35%	1.399	1.401	0.14%
	88	1.079	1.101	2.05%	1.077	1.083	0.61%	1.069	1.052	1.57%
	188	0.575	0.587	1.99%	0.584	0.595	1.96%	0.606	0.607	0.06%
	263	0.366	0.366	0.02%	0.375	0.380	1.30%	0.396	0.401	1.45%

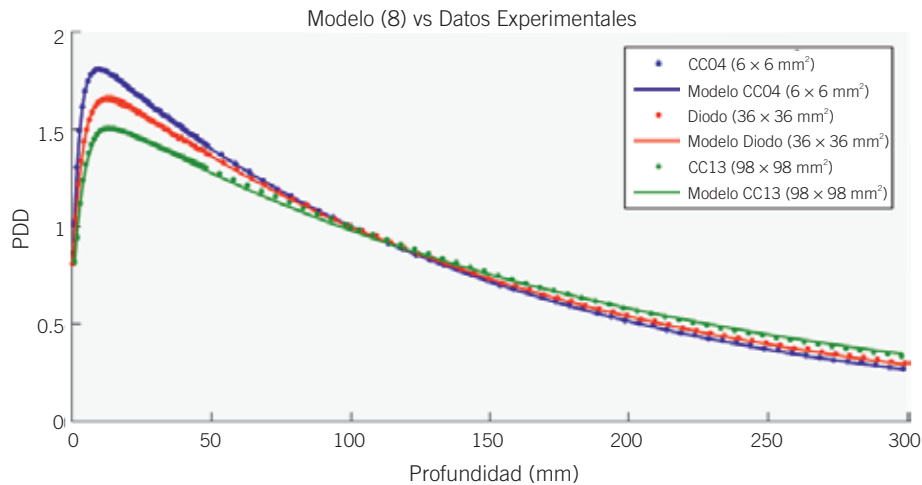


Fig. 3. Comparación del modelo de ajuste dado en (6) con los datos experimentales obtenidos para varios detectores. Los datos experimentales están representados con sus correspondientes barras de error, aunque debido a su magnitud no se aprecian.

dientes. Las profundidades escogidas para cada detector varían ligeramente, no siendo el objetivo en ningún caso la comparación de resultados entre los distintos detectores, sino exclusivamente entre los resultados experimentales asociados a cada detector y el modelo.

Con el objetivo de observar si el ajuste propuesto tiene tendencia a ajustar mejor alguna zona de la curva, se han representado para tres tamaños de campo medidos con el diodo *SFD* los residuos en función de la profundidad. Esta representación aparece en la figura 4.

En relación a la profundidad del máximo se han comparado los datos experimentales para cada detector con lo obtenido mediante la expresión (9). En la tabla 4

se recogen los valores experimentales de z_{\max} obtenidos con la expresión (8) y las diferencias expresadas en milímetros para la *CC04*.

Los valores *p* obtenidos al comparar los datos experimentales con los proporcionados por el modelo son menores a 0.05, siendo el mayor de ellos de 0.043. Los valores *p* obtenidos para cada uno de los tamaños de campos aparecen recogidos en la tabla 5 (para el caso denominado *11S*).

Para una comparación más rigurosa del modelo con los datos experimentales se ha decidido realizar análisis independientes de los resultados obtenidos en función de *z* y de *S*. Con respecto a las profundidades se ha decidido dividir el rango en tres zonas principa-

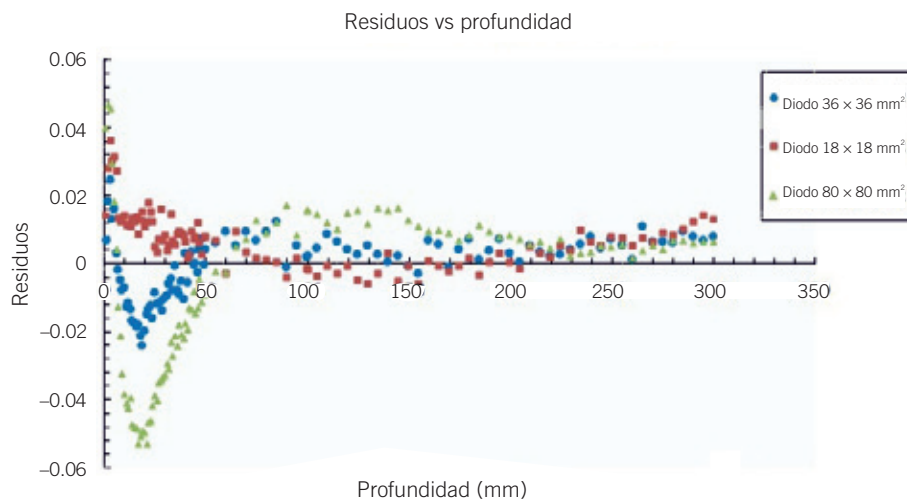


Fig. 4. Residuos del ajuste en función de la profundidad para tres tamaños de campo para datos obtenidos con el diodo *SFD*.

Tabla 5. Valores p obtenidos al aplicar una prueba *t* empleando dos colas de la distribución. Los valores han sido obtenidos para los casos 3S, 5S y 11S.

S (mm)	Valor p 3S	Valor p 5S	Valor p 11S
6	0.021	0.010	0.001
12	0.038	0.002	0.008
18	0.016	0.005	0.006
24	0.041	0.021	0.004
30	0.001	0.041	0.032
36	0.009	0.005	0.000
42	0.005	0.037	0.005
60	0.005	0.007	0.015
80	0.007	0.0035	0.002
90	0.005	0.008	0.014
98	0.043	0.035	0.020

les: zona de build-up (0-10 mm), entorno del máximo (10-20 mm) y zona de caída (20-300 mm):

- **Build-up (0-10 mm):** en esta zona se encuentran las mayores discrepancias con respecto al modelo de ajuste. Considerar puntos muy próximos a la superficie hace que las *DL* estén en torno al 3.5% (*CC04* y *CC13*) y lleguen al 5.9% en el caso del *SFD*. Como las medidas en la primera parte del build-up son de muy difícil ejecución¹⁶⁻¹⁸ debido a la falta de equilibrio electrónico, se consideró interesante realizar el análisis sin tener en cuenta los primeros 5 mm de profundidad. De este modo se observa una disminución considerable en las *DL*. Para la *CC04*

y la *CC13* se obtienen *DL* de 1.8% y 1.2 %; para el *SFD* el valor es de 2.6%.

- **Entorno del máximo (10-20 mm):** las *DL* para esta región son 2.1% para la *CC04*, 1.5% para la *CC13* y 3.4% para el *SFD*.
- **Zona de caída (20-300 mm):** para esta zona los valores de las *DL* son de 3.5% (*CC04*), 4.2% (*CC13*) y 4.3% (*SFD*). De hecho, las *DL* anteriores coinciden con las que se obtendrían considerando los últimos 5 cm de la curva. Repitiendo el análisis para el intervalo 20-250 mm se consigue reducir estos valores a 1.7% (*CC04*), 1.6% (*CC13*) y 2.3% (*SFD*) respectivamente.

Con respecto al comportamiento del modelo cuando se emplean 3 y 5 tamaños de campo en la obtención de sus parámetros libres los resultados son muy satisfactorios. En la figura 5 se representa para un tamaño de campo de 42 × 42 mm² los valores medidos de la curva PDD junto con los resultados del modelo cuando se emplean en su caracterización 11, 5 y 3 tamaños de campo respectivamente. En la tabla 5 aparecen (junto a los valores p del caso 11S comentados con anterioridad) los valores p obtenidos para los casos 5S y 3S.

En la tabla 6 aparecen recogidos los parámetros *a*, *b*, μ_1 y μ_2 para los casos 11S, 5S y 3S obtenidos para los datos medidos con la cámara *CC04*, así como la diferencia máxima entre sus valores. Las profundidades del máximo también se comparan entre los casos 11S, 5S y 3S para cada tamaño de campo obteniéndose unas diferencias máximas para cada uno de ellos de 0.3 mm.

Por último, en la tabla 7 se recoge una comparación entre los ocho parámetros libres del modelo obtenidos para los casos 11S, 5S y 3S obtenidos para los datos medidos con la cámara *CC04*.

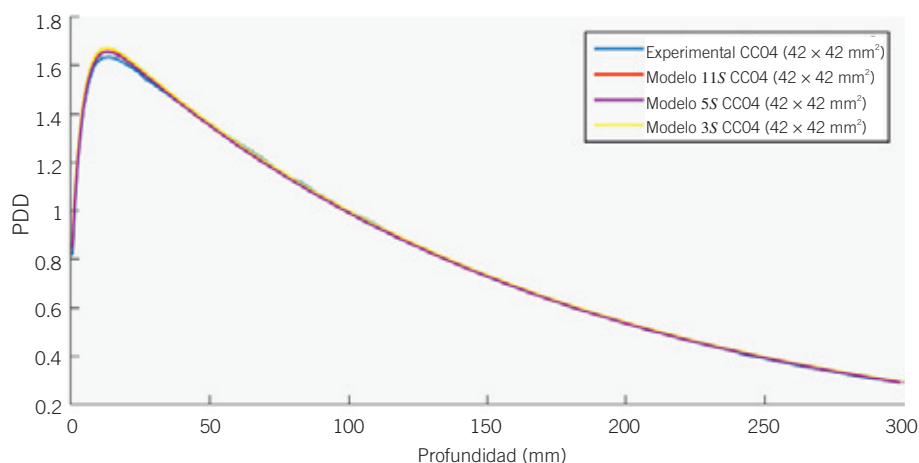


Fig. 5. Comparación de las curvas PDD para un tamaño de campo de 42 × 42 mm² obtenidas experimentalmente, y empleando los casos 3S, 5S y 11S. Se destaca el alto grado de concordancia para las curvas comparadas.

Tabla 6. Valores de los ocho parámetros de ajuste para cada tamaño de campo estudiado para los casos 3S, 5S y 11S. Para cada tamaño de campo aparecen recogidas las desviaciones máximas al comparar los tres casos.

S (mm)	a				b			
	11S	5S	3S	Δa_{\max}	11S	5S	3S	Δb_{\max}
6	1.954	1.960	1.965	0.011	1.233	1.230	1.206	0.027
12	1.936	1.940	1.947	0.011	1.213	1.210	1.188	0.025
18	1.918	1.921	1.929	0.011	1.193	1.189	1.170	0.023
24	1.900	1.902	1.911	0.011	1.173	1.169	1.152	0.021
30	1.883	1.883	1.893	0.011	1.154	1.149	1.135	0.019
36	1.865	1.864	1.875	0.012	1.134	1.129	1.117	0.017
42	1.847	1.844	1.858	0.013	1.114	1.109	1.099	0.015
60	1.793	1.787	1.804	0.017	1.055	1.048	1.045	0.010
80	1.734	1.723	1.744	0.022	0.989	0.981	0.986	0.008
90	1.704	1.691	1.715	0.024	0.956	0.947	0.956	0.009
98	1.680	1.665	1.691	0.026	0.929	0.920	0.932	0.012
S (mm)	μ_1				μ_2			
	11S	5S	3S	$\Delta \mu_{1\max}$	11S	5S	3S	$\Delta \mu_{2\max}$
6	0.007	0.007	0.007	0.000	0.401	0.397	0.392	0.009
12	0.007	0.007	0.007	0.000	0.285	0.280	0.284	0.005
18	0.007	0.007	0.007	0.000	0.263	0.261	0.267	0.006
24	0.006	0.006	0.006	0.000	0.256	0.254	0.261	0.007
30	0.006	0.006	0.006	0.000	0.253	0.251	0.258	0.007
36	0.006	0.006	0.006	0.000	0.251	0.249	0.257	0.007
42	0.006	0.006	0.006	0.000	0.249	0.248	0.256	0.007
60	0.006	0.006	0.006	0.000	0.248	0.247	0.254	0.007
80	0.006	0.006	0.006	0.000	0.247	0.246	0.254	0.007
90	0.006	0.005	0.006	0.000	0.247	0.246	0.254	0.007
98	0.005	0.005	0.005	0.000	0.247	0.246	0.254	0.007

Tabla 7. Comparación de los ocho parámetros libres del modelo para los casos 11S, 5S y 3S junto con sus errores.

	11S		5S		3S	
	Valor	Error	Valor	Error	Valor	Error
m_1	-0.0029778	$8 \cdot 10^{-7}$	-0.0032021	$15 \cdot 10^{-7}$	-0.0029777	$1 \cdot 10^{-7}$
n_1	1.97194	$5 \cdot 10^{-5}$	1,97890	$7 \cdot 10^{-5}$	1.98262	$9 \cdot 10^{-5}$
m_2	-0.003299	$3 \cdot 10^{-6}$	-0.003369	$5 \cdot 10^{-6}$	-0.002979	$4 \cdot 10^{-6}$
n_2	1.2526	$2 \cdot 10^{-4}$	1.2500	$3 \cdot 10^{-4}$	1.2239	$3 \cdot 10^{-4}$
b_1	0.006777	$2 \cdot 10^{-7}$	0.0068236	$4 \cdot 10^{-7}$	0.0067844	$5 \cdot 10^{-7}$
a_1	$-1.3961 \cdot 10^{-5}$	$4 \cdot 10^{-9}$	$-1.4732 \cdot 10^{-5}$	$8 \cdot 10^{-9}$	$-1.4017 \cdot 10^{-5}$	$7 \cdot 10^{-9}$
b_2	0.24634	$4 \cdot 10^{-5}$	0.24571	$6 \cdot 10^{-5}$	0.25312	$9 \cdot 10^{-5}$
a_2	5.56	$1 \cdot 10^{-2}$	4.87	$1 \cdot 10^{-2}$	4.48	$1 \cdot 10^{-2}$

Discusión

El coeficiente de determinación asociado al ajuste de los parámetros del modelo varía en función del parámetro concreto y de si se incluye el tamaño de campo más pequeño o no en el ajuste. Por ejemplo, el punto de la curva del parámetro b como función de S asociado al tamaño de campo de $6 \times 6 \text{ mm}^2$ hace que el valor de coeficiente de determinación disminuya de 0.85 a 0.67 para el caso del diodo *SFD*. La influencia de este parámetro en el modelo es muy pequeña debido a la menor importancia del término asociado a la segunda exponencial. Para los parámetros μ_2 y b , que aparecen en la parte negativa de la expresión (1), se postuló una menor influencia en el resultado final del modelo. Esto es debido a que los valores de μ_1 son alrededor de 100 veces menores que los de μ_2 (tabla 1), disminuyendo sobremanera el peso de la segunda exponencial con respecto a la primera (ya que ambas exponenciales son negativas). Debido a este hecho, se consideró un ajuste puramente lineal para el parámetro b , y se postuló una dependencia como la que se muestra la ecuación (5) para μ_2 . Se podría haber propuesto un ajuste lineal para μ_2 al igual que para b , pero como la dependencia de los parámetros a , b , μ_1 y μ_2 con el tamaño de campo no está sustentada por ningún modelo físico, se optó por la opción más simple que minimizase el número de parámetros libres del modelo y produjese resultados razonables. Para ello, se consideró únicamente el valor R^2 del ajuste, que en el caso propuesto era superior a 0.9 y en el caso de una dependencia lineal era cercano a 0.3 para el parámetro μ_2 . Para el valor de b se decidió emplear un ajuste lineal, ya que un mejor ajuste para la zona de tamaños de campo muy pequeños implicaría un ajuste polinómico de orden 2 o 3, aumentando el número de parámetros libres del modelo.

En cuanto a los coeficientes de determinación asociados a los parámetros de la primera exponencial cabe destacar que son mayores a 0.93 y, por lo tanto, el ajuste es de una mayor robustez, como es de esperar en los parámetros más influyentes del modelo (contenidos en la primera exponencial).

Del análisis de las curvas por tramos se deduce que las predicciones del modelo para profundidades muy pequeñas ($z < 5 \text{ mm}$) y muy grandes ($z > 250 \text{ mm}$) no son tan buenas como en el resto de regiones. En relación con el tamaño de campo no se encuentra ninguna tendencia clara. Para la *CC04* los tamaños de campo menores a 60 mm proporcionan *DL* menores a 1.5%. Para campos mayores a 60 mm estas aumentan hasta alcanzar el valor de 3.1%.

En el caso del *SFD* se encuentran valores para las *DL* en torno al 3% para campos de $6\text{-}12 \text{ mm}$ de lado y de entre $60\text{-}100 \text{ mm}$ de lado, disminuyendo hasta el 2% para campos entre 18 y 60 mm de lado. Para la *CC13* las *DL* se encuentran por debajo del 1.5% salvo

para campos de 12 mm (4.3%) y 98 mm (2.8%). La discrepancia para el valor de S de 12 mm puede explicarse teniendo en cuenta que el volumen de la cámara es demasiado grande para un campo tan pequeño y posiblemente las diferencias puedan estar relacionadas con el efecto volumen.

Considerando un análisis global para cada detector se puede establecer que en ningún caso la *DL* definida es mayor que un 3%. Dichos valores no superan el 2.1% (*CC04*), 3% (*CC13*) y 1.9% (*SFD*). Como complemento se ha calculado el porcentaje de puntos que difieren del modelo en menos del 1%. Esto es, el porcentaje de puntos con un valor de *DL* igual al 1%. Para la *CC04* es del 71.5%; para el *SFD* es del 80% y para la *CC13* es del 56.9%.

Tanto para el análisis parcial por regiones como para el análisis global los resultados que proporciona el modelo son muy satisfactorios.

La figura 4 muestra los residuos del ajuste para tres tamaños de campo representativos empleando el diodo *SFD*. Se observa como los residuos son mayores en la zona de build-up y que existe una tendencia a que el residuo aumente en el entorno de la profundidad del máximo conforme aumenta el tamaño de campo. Entre 100 y 200 mm los residuos disminuyen con la disminución del tamaño de campo, mientras que en el tramo final los residuos aumentan ligeramente al disminuir el tamaño de campo.

Para la posición del máximo de la curva *PDD* en función de S se ha encontrado que en ningún caso la predicción dista más de 1 mm del valor experimental. Las desviaciones promedio con respecto a los valores teóricos son 0.37 mm (*CC04*), 0.61 mm (*SFD*) y 0.56 mm (*CC13*), lo cual demuestra la buena precisión del modelo para predecir la profundidad del máximo. En cuanto a la dosis en superficie se ha encontrado un incremento de la misma con el aumento del tamaño de campo, lo cual está de acuerdo con el incremento de la radiación dispersa producido en el cabezal del acelerador. La distribución de los datos es compatible con el aumento lineal de z_{max} con el tamaño de campo, como se obtuvo a partir de la expresión (1).

Aplicación directa del modelo: Reducción de medidas

Los resultados obtenidos para el modelo cuando se emplean tres y cinco tamaños de campo están en concordancia con los resultados experimentales. Para el caso *3S* la *DL* obtenida es del 2.6% mientras que hay un 73% de los puntos con desviaciones menores al 1%. Para el caso *5S* la *DL* es de 2.3% y existe un 65% de los puntos con desviaciones menores al 1%. Estos valores son muy cercanos a los obtenidos con el modelo *11S*, ya que para la *CC04* el valor de *DL* obteni-

do fue del 2.1% mientras que un 71.5% de los puntos poseían desviaciones menores al 1%. Cabe puntualizar que los valores de *DL* comentados son los obtenidos para el análisis global.

En la *figura 5* se representan, para un tamaño de campo de $42 \times 42 \text{ mm}^2$, las curvas *PDD* correspondientes a la medida experimental y al modelo obtenido empleando los casos 3*S*, 5*S* y 11*S*. Se observa como las tres curvas se superponen salvo en el entorno del máximo, donde se encuentran las discrepancias más apreciables. Para el caso representado las máximas desviaciones respecto al valor experimental son de un 1.3% (caso 5*S*) y de un 2.6% (caso 3*S*).

Para analizar la significación estadística de los resultados obtenidos para los tres casos (3*S*, 5*S* y 11*S*) se ha llevado a cabo un análisis *t* y considerando ambas colas de la distribución. En la *tabla 5* aparecen recogidos los resultados de este análisis. Los resultados de los valores *p* demuestran que las diferencias entre cada conjunto de datos y los valores experimentales son muy pequeñas (diferencias significativas para valores *p* menores a 0.05). El mayor valor *p* encontrado es de 0.043, encontrándose este por debajo del límite empleado para la significación estadística (0.05).

Conclusiones

En este estudio se propone un modelo que predice valores de *PDD* en función de *z* y *S* para un rango de tamaños de campo comprendido entre 6×6 y $98 \times 98 \text{ mm}^2$. Con el objetivo de caracterizar los parámetros libres del modelo, así como de comprobar que el modelo responde bien al empleo de distintos detectores, se tomaron tres conjuntos de datos empleando tres detectores (*CC04*, *CC13* y *SFD*). Se observó que los parámetros libres seguían tendencias bien definidas, por lo que su ajuste se realizó sin mayor complicación. Para los distintos detectores se encontró que al menos un 95% de los puntos experimentales diferían del modelo en menos de un 3%. También se observó que el modelo ajusta peor a los datos para profundidades entre 0 y 5 mm (desviación límite del 5.9%) y para profundidades mayores de 250 mm (desviación límite del 4.3%). Cabe destacar que existe un alto porcentaje de puntos cuya diferencia respecto al ajuste es menor que un 1% (entre un 57% y un 80% de los puntos según el detector empleado). En lo referente a la profundidad del máximo en este trabajo se deriva analíticamente la expresión (9) a partir del modelo físico inicial. El modelo predice la profundidad del máximo con menos de un milímetro en la mayoría de los casos, siendo la desviación promedio para cada detector cercana a 0.5 mm.

Con un total de ocho parámetros se comprueba que el modelo proporciona el valor del *PDD* para *z* comprendidas entre 0 y 300 mm y para *S* entre 6×6

y $98 \times 98 \text{ mm}^2$ con una precisión satisfactoria. Como aplicación directa de este modelo se ha estudiado el comportamiento del modelo cuando se caracterizan sus parámetros libres empleando conjuntos reducidos de tamaños de campo. Los resultados obtenidos empleando tres y cinco tamaños de campo no difieren estadísticamente ni de los valores experimentales ni del modelo 11*S*. De este modo se abre la puerta a la posibilidad de reducir las medidas necesarias, sin que esto conlleve un error apreciable en la estimación de estas funciones dosimétricas, disminuyendo sobremano el tiempo empleado en la medida experimental de todas las curvas *PDD*. La utilidad principal del modelo propuesto se basa en su empleo para la detección de errores en las medidas experimentales, comparación de conjuntos de medidas, limitación del tiempo empleado en el control de calidad del acelerador y ser de ayuda para la realización de cálculo secundario de unidades monitor en tratamientos de SRS y SBRT en lugar del empleo de datos tabulados.

Referencias

1. F Khan. The Physics of Radiation Therapy, 3rd edn. (Williams & Wilkins, Baltimore, MD, USA 2003).
2. Theodor D Sterling, PhD, Harold Perry, MD, and Leo Katz, PhD. Automation of radiation treatment planning IV: Derivation of a mathematical expression for the per cent depth dose surface of cobalt 60 beams and visualization of multiple field dose distributions. Br J Radiol 1964; Jul;37:544-50.
3. Theodor D Sterling, PhD, Harold Perry, MD, and Jay Weinkam, BS. Automation of radiation treatment planning VI: A general field equation to calculate percent depth dose in the irradiated volume of a cobalt 60 beam. BR J Radiol 1967;Jun;40(474):463-74.
4. Christos Kanellitsas, MS and Juan V Fayos, MD. Analytical approach for depth dose calculations (⁶⁰Co beams with fixed source target distance). Radiology 1975;115:181-5, April.
5. Johns HE and Cunningham JR. The Physics of Radiology (Springfield, 1969) 3rd ed., p. 362.
6. Sain D Ahuja, Steven L Stroup and Marion G Bolin. Semiempirical model for depth dose distributions of megavoltage X-ray beams. Med Phys 1980;7:537.
7. BE Bjärngard and P Vedash. Analysis of central axis doses for high energy X rays. Med Phys 1995;22:1191.
8. R Ravishankar, M Sengupta, T Bandyopadhyay, G Muthurishnan and AM Ghose. Semi-empirical depth dose distribution formula for ⁶⁰Co gamma rays. Radiation Physics and Chemistry 1994;44:19-24.
9. Surajit Pal, G Muthukrishnan, R Ravishankar, RP Sharma and AM Ghose. Estimation of percentage depth dose distribution for therapeutic machines. Radiation Physics and Chemistry 2002;65:589-94.
10. MJ Tahmasebi y SM Karbalaee. Calculation of analytical expression for measured percentage depth dose data in megavoltage photons therapy. IRCMJ 2009;11(2):140-4.

11. BE Bjärngard, P Vedash and CP Ceberg. Quality control of measured X-ray beam data. *Med Phys* 1997;24:1441.
12. Y Xiao, MD Altschuler and BE Bjärngard. Quality assurance of central axis dose data for photon beams by means of a functional representation of the tissue phantom ratio. *Phys Med Biol* 1998;43:2195-206.
13. M Hossain, Y Xiao and M Saiful Huq. An investigation of a model of percentage depth dose for irregularly shaped fields. *Int J Cancer (Radiat Oncol Invest)* 2001;96:140-5. Wiley-Liss, Inc.
14. INTERNATIONAL ATOMIC ENERGY AGENCY, Absorbed Dose determination in external Beam Radiotherapy: An International Code of Practice for Dosimetry Based on Standards of Absorbed Dose to Water, 2000. Technical Reports Series No. 398, IAEA, Vienna.
15. C Sánchez del Rio, *Análisis de Errores*. Eudema, Madrid 1989.
16. E . Klein, J Esthappen and Z Li. Surface and buildup dose characteristics for 6, 10, and 18 MV photons from an Elekta Precise linear accelerator. *Journal of Applied Clinical Medical Physics*, 2003;4(1).
17. NBJ Tannous, WF Gagnon and PR Almond. Build up region skin-dose measurements for the Therac 6 Linear Accelerator for radiation therapy. *Med Phys* 1981;8:378.
18. DE Velkley, DJ Manson, JA Purdy and GD Oliver Jr. Build up region of megavoltage photon radiation sources. *Med Phys* 1975;2:14.

Colección FUNDAMENTOS DE FÍSICA MÉDICA

¡YA ESTÁ COMPLETA!

Objetivos de la colección:

01

Cubrir gran parte del programa teórico de formación de la especialidad, lide RFH.

02

Uniformizar los conocimientos teóricos de base para todos los especialistas en formación.

03

Armonizar el léxico y la terminología en el ámbito de la Física Médica.



En su conjunto, los diez libros van dirigidos a especialistas en formación en la especialidad de RFH, (fundamentalmente los residentes de primero y segundo año de la especialidad), así como a titulados superiores que quieran adquirir o mejorar sus conocimientos en el área de la Física Médica.

Por medio de esta colección, se pretende además, difundir el contenido de nuestros cursos entre todos los profesionales de la Física Médica de habla hispana que deseen acercarse a nuestros textos y tener a su disposición un libro de consulta en español.

www.auladoc.com

Información y pedidos en:



+34 5428282



info@auladoc.com

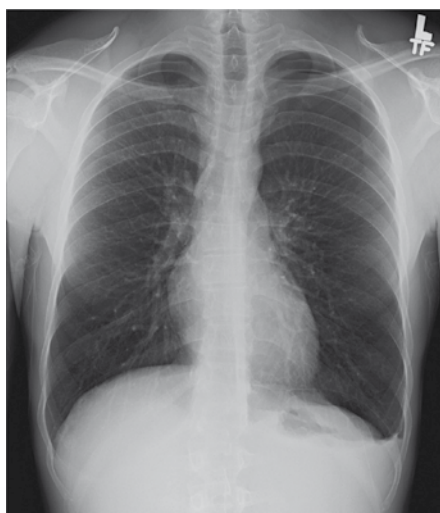


Madrid

TOSHIBA

Leading Innovation >>>

El futuro está tomando forma,
¡ y somos protagonistas !



Tórax PA

Toshiba atesora una dilatada historia de desarrollos de vanguardia que, de acuerdo con nuestro compromiso "Made for Life", pone siempre al paciente en el centro de todas nuestras innovaciones tecnológicas.

Así nace Radrex-i, un avanzado sistema de radiología digital diseñado para aunar una mejora significativa de la productividad con un mayor cuidado del paciente.

Además, la disponibilidad de múltiples configuraciones permite dar solución eficaz a las necesidades del entorno clínico más diversas.

Toshiba: Definiendo el futuro en imagen diagnóstica



ULTRASOUND CT MRI X-RAY SERVICES



www.toshiba-medical-spain.es