

Medida y análisis del espectro de potencias del ruido en imágenes de tomografía computarizada

Measurement and analysis of spectral noise power in computed tomography

Pablo Castro Tejero¹, Julia Garayoa Roca²

¹ Servicio de Radiofísica, Hospital Universitario Puerta de Hierro-Majadahonda, Majadahonda, Madrid, España. pablo.castro@salud.madrid.org.

² Servicio de Protección Radiológica, Fundación Jiménez Díaz, Madrid, España. julia.garayoa@fjd.es

Fecha de Recepción: 05/11/2013 - Fecha de Aceptación: 14/04/2014

Una característica importante en la calidad de una imagen es el ruido. La desviación típica del valor de píxel en una región uniforme ha sido frecuentemente utilizada como métrica para caracterizar el ruido. Sin embargo, esta medida no aporta información acerca de su distribución espacial. Una descripción más completa se obtiene mediante el espectro de potencias del ruido (NPS) que representa tanto la cuantía como la correlación espacial del ruido. El trabajo presenta una metodología automatizada en una herramienta de cálculo para obtener el NPS de imágenes de tomografía computarizada (TC). El objetivo es analizar las componentes y estudiar el comportamiento del NPS para diferentes técnicas de adquisición y filtros de reconstrucción. De los resultados obtenidos se desprende que la contribución principal al NPS, en todas las condiciones de trabajo exploradas, tiene un origen aleatorio. La componente estructural sólo se presenta en la región de baja frecuencia, en la que puede llegar a ser del mismo orden que la componente aleatoria. Por otro lado, se observa que la elección del filtro de reconstrucción y la técnica de adquisición, secuencial o helicoidal, tendrá una clara repercusión sobre el ruido generado en la imagen.

Palabras clave: calidad de imagen, ruido, espectro de potencias del ruido, NPS, tomografía computarizada.

Noise is an important feature of image quality. The standard deviation of pixel value in a uniform region has been frequently used as a metric to characterize noise. However, this measure does not provide any information about the noise spatial distribution. A more complete description is given by the Noise Power Spectrum (NPS) which provides both the amount and the spatial correlation of noise. The objective of the present work is to present a methodology and a computing tool to obtain the NPS, in order to analyze its components and study their behaviour for computed tomography (TC) images. Our results show that the major contribution to NPS is a random source for all the explored working conditions. The structural component is constrained to the low frequency region, where it can be as important as the random component. Moreover, we observe that the reconstruction filter and the acquisition technique, axial or helical, have a clear impact on the image noise.

Key words: image quality, noise, noise power spectrum, NPS, computed tomography.

Introducción

La evaluación del ruido es esencial para caracterizar un determinado sistema de imagen. El ruido está relacionado con las fluctuaciones de señal presentes en el proceso de formación de la imagen. Para un sistema de tomografía computarizada (TC), el ruido se manifiesta como variaciones de densidad aparentemente aleatorias en la imagen reconstruida, aunque la presencia de artefactos también puede considerarse una forma de ruido, en la medida en que éstos inter-

fieren en la interpretación de la imagen. Sin embargo, los artefactos no son una fuente aleatoria de ruido, sino que producen un patrón identificable en las imágenes reconstruidas.

Por tanto, se pueden distinguir diversas fuentes de ruido que presentan características diferentes,^{1,2} entre las que se pueden destacar el ruido estadístico (o cuántico), el ruido electrónico o el ruido estructural. El proceso de reconstrucción tomográfica determina el modo en que las distintas fuentes de ruido se manifiestan en la imagen.

* Correspondencia
Email: pablo.castro@salud.madrid.org

El ruido estadístico es aleatorio y tiene su origen en la naturaleza cuántica del proceso, en el cual una imagen se forma a partir de la detección de un número finito de fotones de rayos X. Esta fuente de ruido se comporta según la distribución estadística de Poisson, y su cuantía depende de la técnica empleada en la adquisición y de la eficiencia del sistema de detección: disminuye al aumentar el número de fotones detectados, por ejemplo aumentando la carga de mAs.

El ruido electrónico está asociado al sistema de detección y de adquisición de datos. Es inherente a cualquier sistema electrónico, también es de naturaleza aleatoria y está formado por las corrientes espurias que se unen a la señal principal.

El ruido estructural está asociado a diferentes componentes del sistema que pueden modificar la señal obtenida como pueden ser la calibración en ganancia de los detectores o la presencia de filtros de forma. Este tipo de ruido no es de naturaleza aleatoria en el sentido de que se reproduce de la misma forma en distintas adquisiciones.

Otras fuentes de ruido más difíciles de clasificar son la radiación dispersa que se produce en el paciente o maniquí y que alcanza al detector y las pequeñas variaciones de densidad que puede presentar el propio objeto del que se obtiene la imagen.

Una manera sencilla de caracterizar el ruido de una imagen es a través de la desviación estándar del valor de píxel de una ROI centrada en una región uniforme. Esta medida da idea de la magnitud del ruido, pero no aporta información alguna sobre la correlación espacial introducida por el algoritmo de reconstrucción. El espectro de potencias del ruido (NPS del inglés *Noise Power Spectrum*) es la descomposición espectral del ruido de la imagen, por lo que proporciona una descripción más completa y se considera una métrica más adecuada para valorar la capacidad de detección de objetos de un determinado sistema de imagen.

Los primeros estudios en los que se aborda de manera analítica el cálculo del NPS de imágenes axiales de TC obtenidas mediante algoritmos de retroproyección filtrada,³⁻⁶ muestran que el espectro de ruido depende del filtro de reconstrucción empleado. Para una geometría de haz paralelo y asumiendo ruido blanco en todas las proyecciones, dos trabajos diferentes^{5,6} derivan una expresión analítica para el NPS de imágenes obtenidas mediante retroproyección filtrada con un filtro tipo rampa y teniendo en cuenta el efecto del muestreo angular en las proyecciones adquiridas. El resultado es un NPS estacionario en toda la imagen, que a bajas frecuencias crece proporcional a la frecuencia y a altas frecuencias tiende a cero. Además, Kijewski y cols.⁶ muestran un NPS con un valor distinto de cero a frecuencia cero, hecho que justifican mediante el *aliasing* producido por el muestreo y la interpolación asociada a la discretización del algoritmo

de retroproyección filtrada. Trabajos más recientes^{7,8} consideran el caso de un haz de rayos focalizado y se estudia el efecto de la presencia de ruido no uniforme entre las proyecciones y entre los propios detectores,⁷ lo que da lugar a un NPS no estacionario en las imágenes 2D reconstruidas.

La aparición de los modernos equipos TC multicorte motiva la aparición de nuevos trabajos⁹⁻¹² en los que se estudia el ruido a través del NPS. El funcionamiento en modo helicoidal de los TC multicorte implica la realización de interpolaciones entre los datos adquiridos que inevitablemente afectan al ruido de la imagen. Además, la elección del filtro de reconstrucción también es determinante en la estructura de frecuencias del ruido, que puede verse alterada a través de la supresión o el realce de las altas frecuencias en las proyecciones adquiridas. En Boedecker y cols.⁹ se estudia la dependencia del NPS con varios filtros de reconstrucción para un TC multicorte comercial. Solomon y cols.¹¹ emplean el NPS para realizar una comparativa cuantitativa de la textura del ruido en equipos TC multicorte de distintos fabricantes. Recientemente también se han publicado trabajos que estudian el NPS volumétrico obtenido con equipos TC de haz cónico.^{13,14}

En este trabajo presentamos una metodología para determinar el NPS de imágenes axiales de un TC multicorte a partir de imágenes de un maniquí uniforme. Se han estudiado las componentes que integran el NPS, así como el efecto que tiene sobre el NPS el uso de distintos filtros de reconstrucción y el tipo de técnica utilizada, secuencial o helicoidal para diferentes valores de *pitch*.

Material y métodos

Se ha evaluado el NPS asociado a un equipo de Tomografía Computarizada Aquilion LB (Toshiba Medical Systems, Otawara, Japan), dedicado al proceso de simulación en Radioterapia, usando varios filtros de reconstrucción, y las técnicas de adquisición secuencial y helicoidal variando el valor de *pitch*. Para ello se han empleado las imágenes obtenidas de la sección uniforme del maniquí Catphan 500 (The Phantom Laboratory Incorporated, Salem, NY), módulo CTP486, formado por un material uniforme de densidad similar a la del agua.

El equipo Aquilion LB es un TC multidetector con una matriz de 40 filas de detectores distribuidos en 16 filas centrales y 12 filas periféricas a cada lado de 0.5 mm y 1.0 mm de longitud efectiva, respectivamente. Todo ello supone para la matriz completa un total de 32 mm de longitud efectiva. Proporciona un máximo de 16 canales de adquisición simultáneos. Los detectores están separados por septos que absorben parte de la radiación dispersa dirigida hacia los detectores. Las imágenes utilizadas en este estudio se han

obtenido usando protocolos de adquisición similares a los empleados en algunas de las aplicaciones clínicas: tensión de 120 kV, corriente fija de 100 mA, periodo de rotación de *gantry* de 1 s y tamaño de foco de 0.9 mm × 0.8 mm. Además, se han seleccionado los 16 canales centrales, agrupados en 4 canales de adquisición que suponen un espesor de detección por canal de 2 mm.

La adquisición de las imágenes se ha realizado mediante las técnicas secuencial y helicoidal, esta última con tres valores de *pitch* diferentes, 1.00, 0.75 y 1.25. Se han descartado las opciones disponibles de preprocesado o postprocesado, ya que pueden suponer una componente adicional de ruido difícil de cuantificar (evidentemente, quedan excluidos los procesos de calibración y de reconstrucción, intrínsecos a la generación de la imagen TC). Las imágenes reconstruidas mediante un algoritmo de retroproyección filtrada se presentan en una matriz 512 × 512 píxeles con un campo de visión de 256 mm y un ancho de corte de 2 mm.

Se ha estudiado el efecto que tiene sobre el NPS la reconstrucción de la imagen mediante varios núcleos de convolución, FC01, FC03, FC05, FC11, FC13, FC15, FC30 y FC52, manteniendo la técnica de adquisición constante (helicoidal con *pitch* 1). Los conjuntos de filtros FC01-FC05 y FC11-FC15 se emplean en estudios de cuerpo y se diferencian en que en los FC01-FC05 se aplica una corrección por endurecimiento del haz. Los filtros FC01 y FC11 suponen un mayor suavizado en la imagen reconstruida, mientras que el FC05 y FC15 preservan el contenido de alta frecuencia; los filtros FC03 y FC13 corresponden a un caso intermedio entre los dos anteriores. El filtro FC30 emplea un núcleo estándar de hueso (*bone standard*) mientras que el filtro FC52 utiliza un núcleo estándar de pulmón (*lung standard*).

Las imágenes obtenidas han sido almacenadas en formato DICOM, y el NPS se ha calculado usando una macro, que automatiza su cálculo, diseñada en ImageJ^{15,16} según se describe a continuación.

Determinación del NPS

El procedimiento seguido para determinar el NPS de una imagen TC ha sido el siguiente:

- Se selecciona una ROI de 128 × 128 píxeles centrada en la zona uniforme del maniquí.
- A cada píxel dentro de la ROI se le resta el valor promedio de la ROI entera, de modo que el valor medio de la imagen resultante es cero.
- Se calcula la transformada de Fourier discreta (TFD) de la imagen resultante.
- Se obtiene el módulo al cuadrado de la amplitud.
- Se corrige el resultado por los factores p_x , p_y , N_x y N_y según la ecuación:

$$NPS_d(u, v) = \frac{p_x p_y}{N_x N_y} |TFD(\Delta d_{n,m})|^2 \quad (1)$$

Esta expresión se presenta y desarrolla en el anexo: $\Delta d_{n,m} = d_{n,m} - E[d_{n,m}]$ siendo $d_{n,m}$ el valor de píxel en la posición (n, m) y $E[d_{n,m}]$ el valor medio de píxel en la ROI empleada para calcular el NPS, $u = j/(p_x \cdot N_x)$ y $v = k/(p_y \cdot N_y)$ son las coordenadas en el espacio de frecuencias, p_x y p_y representan el tamaño de píxel en las direcciones x e y , respectivamente, y N_x y N_y el tamaño de la matriz empleada en las direcciones x e y , respectivamente. En nuestro caso, el píxel es cuadrado de 0.5 mm de lado y la ROI utilizada para el cálculo del NPS tiene un tamaño en píxeles de 128 × 128. El cálculo de la transformada de Fourier discreta se realiza con el *plugin* disponible en el programa ImageJ, que utiliza un algoritmo de transformada de Hartley rápida.¹⁷

Los NPS que se presentan en este trabajo se han obtenido a partir de un conjunto de 96 imágenes, obtenidas a partir de 24 adquisiciones de 4 imágenes cada una, sobre la misma sección del maniquí uniforme. Las barras de incertidumbre asociadas a cada NPS representan el intervalo de confianza del 95% (para una distribución normal: $\pm 1.96\sigma/\sqrt{N}$, siendo σ la desviación estándar de la muestra y N el tamaño de la muestra, 96 en nuestro caso).

Con el objetivo de caracterizar el ruido se van a estudiar separadamente las componentes de ruido aleatorio o estadístico, NPS_{aleat} , y de ruido no aleatorio estructural, $NPS_{estruct}$.

El NPS determinado a partir del NPS promedio de las 96 imágenes proporcionará ambas componentes:

$$NPS_{total}(u, v) = \frac{p_x p_y}{N_x N_y} \langle |TFD(\Delta d_{n,m})|^2 \rangle \quad (2)$$

El NPS obtenido mediante la diferencia de dos imágenes adquiridas en iguales condiciones, dividido por la raíz de 2, eliminará la componente estructural y sólo permanecerá la componente aleatoria:

$$NPS_{aleat}(u, v) = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{p_x p_y}{N_x N_y} \langle |TFD(\Delta(d_{n1,m1} - d_{n2,m2}))|^2 \rangle \quad (3)$$

En este sentido, para eliminar completamente el ruido estructural, la diferencia debe hacerse entre imágenes adquiridas con el mismo detector o canal y sobre la misma sección del maniquí. En nuestro caso, con imágenes adquiridas a través de una combinación de 2 mm × 4 canales de adquisición, las diferencias se realizarán del siguiente modo: para el canal 1, la imagen 1 del primer conjunto se restará con la imagen 1 del segundo conjunto, la imagen 1 del tercer conjunto con la del cuarto y así sucesivamente. Para el resto de canales, se ha procedido de la misma manera. De esta forma, y caso de emplear técnica secuencial, se consigue la substracción completa del ruido estructural. Para

imágenes adquiridas con técnica helicoidal, debido a que existe interpolación de datos en la dirección paralela al eje de movimiento de la mesa, no se puede llevar a cabo la substracción entre imágenes del mismo canal de detección y, en principio, no habrá una substracción completa del ruido estructural.

Finalmente, la componente aleatoria puede suprimirse mediante la determinación del NPS de la imagen promedio de las 96 imágenes obtenidas en las mismas condiciones, con lo que el NPS resultante estará formado por la componente estructural exclusivamente:

$$NPS_{estruct}(u, v) = \frac{P_x P_y}{N_x N_y} |TFD(\Delta \bar{d}_{n,m})|^2 \quad (4)$$

En el caso de que el NPS 2D presente simetría rotacional es posible determinar el NPS 1D, a partir del promedio angular del NPS 2D en función de la frecuencia espacial r , siendo $r = \sqrt{u^2 + v^2}$.

Como medida de comprobación del método presentado se ha verificado que el volumen encerrado bajo la superficie NPS 2D se corresponde con la varianza del valor de píxel de la ROI usada para calcular el NPS. Esta misma comprobación puede hacerse usando el NPS 1D, teniendo en cuenta la transformación de coordenadas cartesianas a polares. Matemáticamente, se puede expresar del siguiente modo:

$$\begin{aligned} \sigma^2 &= \int_u \int_v NPS_{2D}(u, v) dudv = \\ &= \int_0^{2\pi} d\theta \int_r NPS_{1D}(r) r dr = \\ &= 2\pi \int_r NPS_{1D}(r) r dr \end{aligned} \quad (5)$$

Si se tiene en cuenta el carácter discreto de la NPS que estamos calculando, pueden sustituirse las integrales por sumatorios discretos:

$$\sigma^2 = \frac{1}{N_x p_x N_y p_y} \sum_{j=0}^{N_x-1} \sum_{k=0}^{N_y-1} NPS_{2D}(j, k) \quad (6)$$

$$\sigma^2 = \frac{2\pi}{N^2 p^2} \sum_{j=0}^{N-1} NPS_{1D}(j) \cdot j \quad (7)$$

donde $NPS_{2D}(j, k)$ representa el valor de la función NPS 2D en la posición (j, k) , $NPS_{1D}(j)$ es el valor de la función NPS 1D en la posición j , $N_x = N_y = N = 128$, $p_x = p_y = p = 0.5$ mm.

A la hora de caracterizar los diferentes espectros de potencias de ruido vamos a considerar dos parámetros: la frecuencia donde se alcanza el máximo valor del NPS 1D, que denominaremos frecuencia de pico, y

la integral del NPS 2D y NPS 1D de acuerdo con las ecuaciones (6) y (7). La frecuencia de pico nos da idea de la textura de la imagen, presentando la imagen un grano más grueso para frecuencias de pico pequeñas y un grano más fino para frecuencias de pico altas. El resultado de las integrales definidas en las ecuaciones (6) y (7), nos informa sobre la magnitud del ruido; así, valores grandes supondrán imágenes ruidosas.

Resultados

En la fig.1 se muestran los espectros de potencias del ruido, NPS_{total} , en 2D para todos los filtros estudiados. La técnica de adquisición es la misma en todos los casos, helicoidal con valor de *pitch* 1. Se puede observar que los espectros obtenidos presentan simetría rotacional, sin apreciarse ninguna dirección privilegiada. Esta circunstancia posibilita la obtención de los NPS 1D, sobre los cuales se llevará a cabo el análisis de las componentes.

Las componentes del NPS obtenidas a partir de las imágenes reconstruidas con el filtro FC03, tomado de referencia por ser el filtro utilizado en la práctica diaria, se muestran en la fig 2. Se puede observar que la forma tanto del NPS_{total} como del NPS_{aleat} sigue el tradicional diseño de filtros de TC en el que el espectro aumenta con la frecuencia en la región de baja frecuencia hasta alcanzar un máximo a partir del cual se produce una caída hasta valores nulos en frecuencias cercanas a la de corte. Como particularidad, el NPS_{total} presenta un pico a baja frecuencia que no es observado en el NPS_{aleat} . Se puede decir, por tanto, que dicha singularidad es debida al ruido estructural, lo cual, es confirmado al observar la forma del $NPS_{estruct}$ cuyo aporte más significativo es dicho pico de baja frecuencia.

En la fig. 3 se muestran los espectros NPS_{total} asociados a la familia de filtros FC01-05. Para el filtro de mayor suavizado, FC01, se observa una menor magnitud de ruido y una concentración del espectro de ruido en las bajas frecuencias con el valor de pico más pequeño de los tres (véase la tabla 1), lo que implicará una imagen con un grano más grueso. Por el contrario, para el filtro FC05, que intenta preservar el contenido de alta frecuencia, se observa una mayor magnitud de ruido así como un incremento significativo en esta parte del espectro, con un desplazamiento significativo de la frecuencia de pico (véase la tabla 1), lo que conllevará una imagen con un grano más fino. El filtro FC03 presenta una situación intermedia. En los tres filtros aparece el pico de baja frecuencia que, según se desprende del análisis de la componente NPS_{aleat} , fig. 4, podemos decir que es de origen estructural (hecho confirmado por el espectro $NPS_{estruct}$, pero que no será mostrado por no aportar información adicional). Se observa nuevamente, en la componente aleatoria, el comportamiento lineal en la región de baja frecuencia.

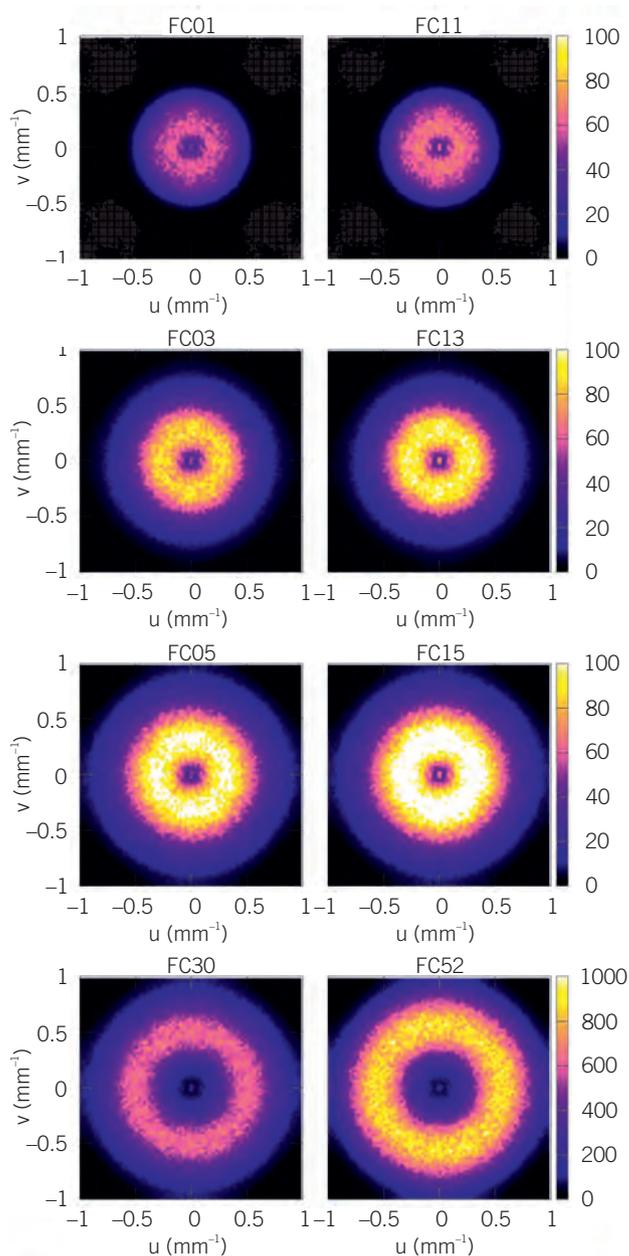


Fig. 1. Espectro de potencias del ruido 2D total obtenido a partir de imágenes adquiridas con técnica helicoidal de *pitch* 1 para diferentes filtros de reconstrucción: FC01, FC03, FC05, FC11, FC13, FC15, FC30 y FC52. Nótese que la escala presentada para los espectros de ruido correspondientes a los filtros FC30 y FC52 es distinta a la del resto.

Tanto el comportamiento global como el de las componentes de los espectros de la familia de filtros FC11-15 es similar al encontrado en el conjunto FC01-05. La componente aleatoria NPS_{aleat} de los espectros del conjunto FC11-15 es presentada en la fig. 5. Sólo se analiza dicha componente por ser la que tiene una contribución más importante. Comparando la componente aleatoria de los filtros correspondientes a una situación intermedia, FC03 y FC13, según la fig. 6, se aprecia que la forma del espectro es semejante, presentándose la frecuencia de pico en el mismo punto (véase la tabla 1).

Sin embargo, la magnitud de ruido es menor cuando se emplea el filtro FC03, que incorpora la corrección por endurecimiento de haz. Esto puede ser de ayuda a la hora de seleccionar el filtro de reconstrucción más idóneo en términos de ruido. La comparación entre los filtros FC01 y FC11, así como FC05 y FC15, proporciona resultados semejantes a los obtenidos de la comparación entre los filtros FC03 y FC13 (véase la tabla 1).

En la fig. 7 se muestran los espectros NPS_{aleat} asociados a los filtros FC30, FC52 y FC03. Debido a la naturaleza de preservación y realce de las altas frecuen-

Tabla 1. Frecuencia de pico y cálculo de la varianza a través de las expresiones (6) y (7) para el espectro de potencias del ruido total determinado a partir de imágenes adquiridas con técnica helicoidal de *pitch* 1 y reconstruidas con diferentes filtros. Se muestra el valor promedio de las varianzas de las ROI de las imágenes originales para evidenciar el grado de coincidencia con el valor obtenido a partir de las integrales correspondientes. La incertidumbre asignada a la frecuencia de pico se corresponde con la resolución en frecuencia del sistema. Para la varianza y las integrales se aporta el valor promedio y el intervalo de confianza del 95%.

Filtro	Frecuencia pico NPS_{total} (mm^{-1})	Integral NPS_{total} (1D) (ecuación 7) (UH^2)	Integral NPS_{total} (2D) (ecuación 6) (UH^2)	Varianza (UH^2)
FC01	0.17 ± 0.02	35.1 [34.3, 35.9]	34.3 [34.2, 34.4]	34.3 [34.2, 34.5]
FC03	0.25 ± 0.02	83.5 [81.8, 85.2]	81.7 [81.4, 81.9]	81.7 [81.5, 82.0]
FC05	0.29 ± 0.02	132 [129, 134]	129.7 [129.4, 130.1]	129.7 [129.4, 130.1]
FC11	0.17 ± 0.02	39.8 [38.9, 40.7]	38.4 [38.2, 38.5]	38.3 [38.2, 38.5]
FC13	0.25 ± 0.02	92.1 [90.3, 94.0]	90.1 [89.8, 90.4]	90.1 [89.8, 90.3]
FC15	0.29 ± 0.02	145 [143, 148]	143.2 [142.8, 143.6]	143.3 [142.9, 143.7]
FC30	0.50 ± 0.02	1046 [1029, 1063]	1043 [1040, 1046]	1043 [1040, 1045]
FC52	0.54 ± 0.02	1627 [1602, 1653]	1628 [1624, 1633]	1628 [1624, 1632]

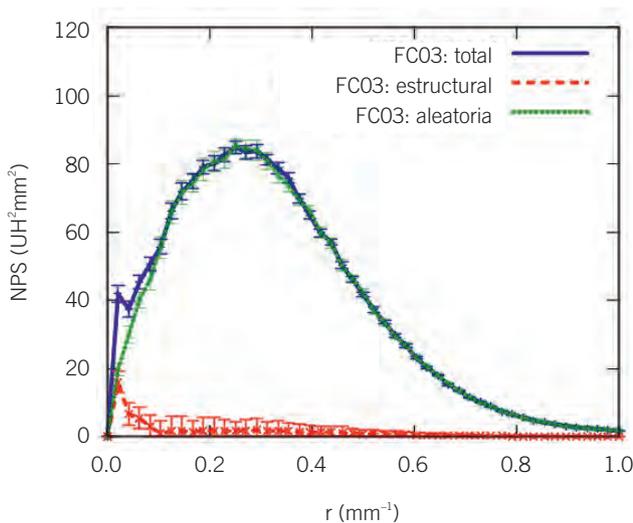


Fig. 2. Espectro de potencias del ruido 1D total asociado al filtro de reconstrucción FC03 y sus componentes aleatoria y estructural. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

cias de los filtros FC30 y FC52, el espectro obtenido en ambos casos presentan unas frecuencias de pico y una magnitud de ruido muy superior a la del filtro de referencia FC03. Esto va a suponer que las imágenes sean muy ruidosas y presenten un grano muy fino, siendo más acusado este efecto en el caso de las imágenes reconstruidas con el filtro de pulmón FC52. Además, en ambos casos, y como se puede apreciar en la fig. 7, el valor del NPS no alcanza el valor cero en la frecuencia de corte, por lo que se puede deducir que existe *aliasing* por encima de dicha frecuencia. En cuanto a la componente estructural del ruido, la contribución más importante en los filtros FC30 y FC52 es de nuevo el pico de baja frecuencia que ya se ha descrito para el filtro FC03. Según se puede observar en la tabla 2, si bien es cierto que la magnitud del ruido estructural es mayor en los filtros FC30 y FC52, su importancia respecto a la contribución del ruido aleatorio es escasa, al igual que ocurría con el filtro FC03.

La fig. 8 muestra los espectros NPS_{total} en 2D para imágenes reconstruidas con el mismo filtro, FC03, pero adquiridas con diferentes técnicas. Se puede apreciar que en todos los casos existe simetría rotacional, sin

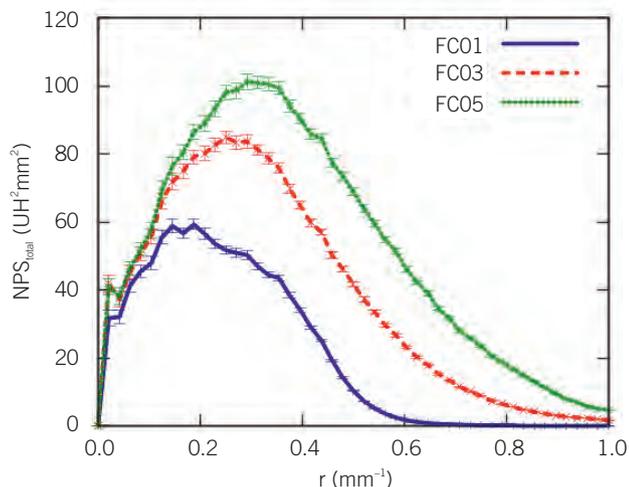


Fig. 3. Espectro de potencias del ruido 1D total asociado al conjunto de filtros estándar de reconstrucción específicos de cuerpo FC01-FC05 que incorporan corrección por endurecimiento del haz. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

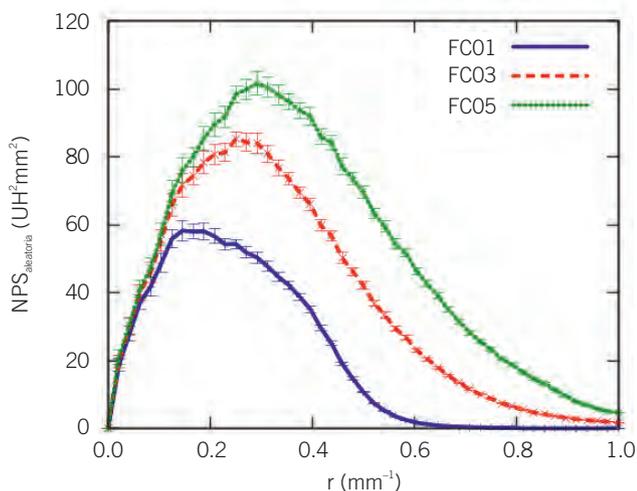


Fig. 4. Componente aleatoria del espectro de potencias del ruido 1D asociado al conjunto de filtros estándar de reconstrucción específicos de cuerpo FC01-FC05 que incorporan corrección por endurecimiento del haz. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

apreciarse ninguna dirección privilegiada. Por esta razón, la influencia de la técnica de adquisición se analizará sobre el NPS radial, que se muestra en la fig. 9. Sólo se analiza la componente aleatoria por ser la que tiene una contribución más importante. Los espectros derivados de las diferentes técnicas, ya sea secuencial o helicoidal o ya sea variando el valor del *pitch*, presentan diferencias en la magnitud del ruido, pero no así en

Tabla 2. Frecuencia de pico del espectro de potencias del ruido estructural e integrales según la expresión (7) de $NPS_{estruct} 1D$ y $NPS_{aleat} 1D$ para imágenes adquiridas con la misma técnica y distintos filtros: FC03, FC30 y FC52. La incertidumbre asignada a la frecuencia de pico se corresponde con la resolución en frecuencia del sistema. Para el caso de las integrales se aporta el valor promedio y el intervalo de confianza del 95%.

Filtro	Frecuencia pico $NPS_{estruct}$ (mm^{-1})	Integral $NPS_{estruct} (1D)$ (ecuación 7) (UH^2)	Integral $NPS_{aleat} (1D)$ (ecuación 7) (UH^2)
FC03	0.02 ± 0.02	2 [0, 5]	82 [81, 85]
FC30	0.02 ± 0.02	22 [0, 52]	1044 [1019, 1069]
FC52	0.02 ± 0.02	34 [0, 80]	1625 [1587, 1663]

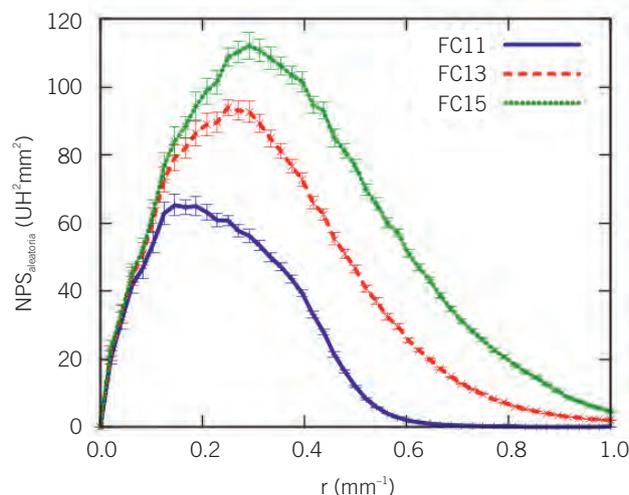


Fig. 5. Componente aleatoria del espectro de potencias del ruido 1D asociado al conjunto de filtros estándar de reconstrucción específicos de cuerpo FC11-FC15 que no incorporan corrección por endurecimiento del haz. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

la distribución de frecuencias, obteniéndose frecuencias de pico semejantes en los cuatro casos (véase la tabla 3). Se puede observar que el espectro asociado a la técnica con factor de *pitch* mayor que 1 supone una mayor magnitud de ruido, lo cual puede explicarse por el menor número de datos de muestreo que conlleva la técnica, con un paso de hélice sin solapamiento. Los casos con valores de *pitch* 1.00 y 0.75 no muestran discrepancias importantes si consideramos sus incertidumbres, aunque parece que, contrariamente a lo

Tabla 3. Frecuencia de pico y cálculo de la varianza a través de las expresiones (6) y (7) para el espectro de potencias del ruido total determinado a partir de imágenes adquiridas con diferente técnica y reconstruidas con el mismo filtro, FC03. Se muestra el valor promedio de las varianzas de las ROI de las imágenes originales para mostrar el grado de coincidencia con el valor obtenido a partir de las integrales correspondientes. La incertidumbre asignada a la frecuencia de pico se corresponde con la resolución en frecuencia del sistema. Para la varianza y las integrales se aporta el valor promedio y el intervalo de confianza del 95%.

Técnica	Frecuencia pico NPS_{total} (mm^{-1})	Integral NPS_{total} (1D) (ecuación 7) (UH^2)	Integral NPS_{total} (2D) (ecuación 6) (UH^2)	Varianza (UH^2)
Helicoidal <i>pitch</i> 1.00	0.25 ± 0.02	83.5 [81.8, 85.2]	81.7 [81.4, 81.9]	81.7 [81.5, 82.0]
Helicoidal <i>pitch</i> 0.75	0.23 ± 0.02	89 [85, 92]	86.9 [86.5, 87.4]	86.9 [86.4, 87.3]
Helicoidal <i>pitch</i> 1.25	0.25 ± 0.02	125 [120, 130]	122.5 [121.5, 123.4]	122.5 [121.6, 123.5]
Secuencial	0.27 ± 0.02	223 [219, 228]	222.5 [221.9, 223.2]	222.6 [221.9, 223.3]

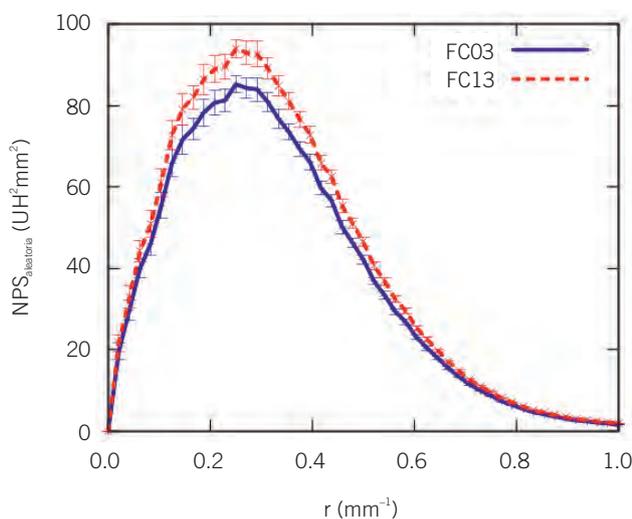


Fig. 6. Componente aleatoria del espectro de potencias del ruido 1D asociado a los filtros estándar de reconstrucción específicos de cuerpo FC03, que incorpora corrección por endurecimiento del haz, y FC13, que no incorpora dicha corrección. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

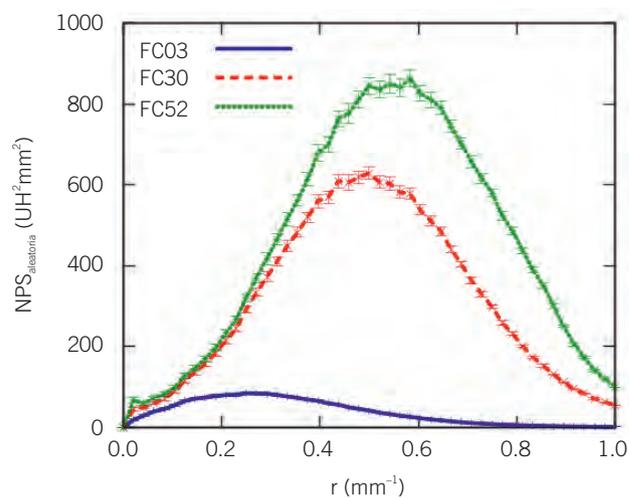


Fig. 7. Componente aleatoria del espectro de potencias del ruido 1D asociado a los filtros de reconstrucción FC03, FC30 y FC52, específicos de cuerpo, hueso y tórax, respectivamente. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

esperado, la cuantía del ruido es ligeramente mayor en el estudio con *pitch* 0.75, en el que se presupone un mayor número de datos de muestreo debido al solapamiento en el barrido. Por otra parte, el estudio secuencial presenta un NPS de forma parecida a la de los estudios helicoidales, aunque superior en magnitud. A altas frecuencias, el NPS_{aleat} del estudio secuencial

tiene un valor sensiblemente diferente de cero en la frecuencia de corte con lo que se puede presumir la existencia de *aliasing*.

En las tablas 1 y 3 se observa que el resultado de la integral del NPS 2D según la ecuación (6) y el valor promedio de las varianzas de las ROI de las imágenes originales de la sección uniforme coinciden exactamente, lo que valida el método presentado para calcular el

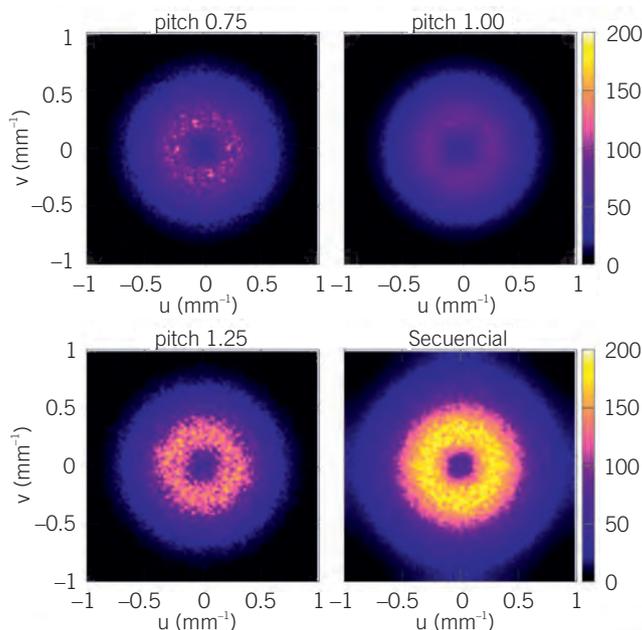


Fig. 8. Espectro de potencias del ruido 2D total obtenido a partir de imágenes reconstruidas con el mismo filtro, FC03, pero adquiridas con diferentes técnicas: secuencial, helicoidal con *pitch* 0.75, helicoidal con *pitch* 1.00 y helicoidal con *pitch* 1.25.

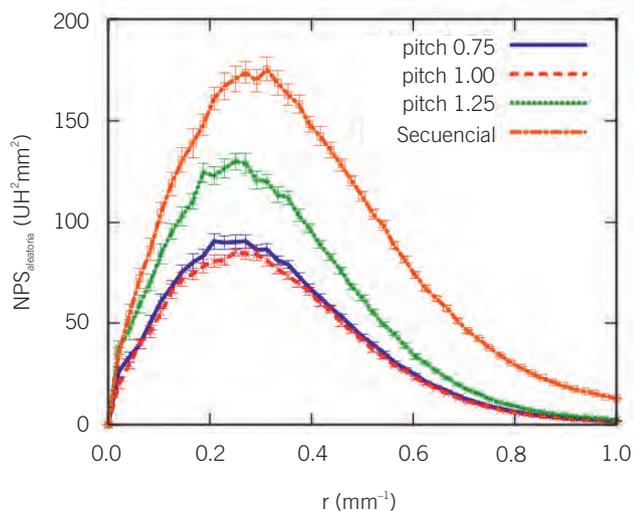


Fig. 9. Componente aleatoria del espectro de potencias del ruido 1D asociado a diferentes técnicas de adquisición, secuencial, helicoidal con *pitch* 0.75, helicoidal con *pitch* 1.00 y helicoidal con *pitch* 1.25. Para cada espectro de ruido se presentan las barras de incertidumbre que indican el intervalo de confianza del 95%.

espectro de potencias de ruido. Además la integral del NPS 1D según la ecuación (7) presenta un acuerdo razonable con el valor de la varianza si se tiene en cuenta el intervalo de confianza del 95% presentado en las tablas: en este caso las discrepancias se deben

al promedio angular realizado para obtener el NPS 1D. Este promedio angular también produce un ensanchamiento en el intervalo de confianza del 95% asociado a la estimación de la varianza a través del NPS 1D.

A la hora de realizar comparaciones entre sistemas digitales de diferentes instituciones y/o equipos, es importante homogeneizar la definición de métricas para caracterizar la calidad de la imagen. Parece cada vez más habitual la utilización de funciones que describen dicho comportamiento en términos de la frecuencia espacial. En el presente trabajo se estudia la implementación del espectro de potencias del ruido, NPS, como métrica para caracterizar el ruido para imágenes de tomografía computarizada. El cálculo del NPS se realiza con un algoritmo de cálculo automatizado mediante un programa de distribución libre. El estudio incluye el análisis de las componentes que constituyen el NPS y la dependencia que tiene con el filtro de reconstrucción y la técnica, lo que puede suponer una ayuda a la hora de seleccionar el filtro y/o técnica más idóneos para una determinada localización anatómica.

Para llevar a cabo el análisis de Fourier se ha asumido implícitamente que el TC se comporta como un sistema lineal invariante, lo cual implica que el NPS, que en este estudio se ha determinado en la zona del isocentro, no debería variar a lo largo del FOV. Esta aproximación se ha demostrado razonable para el equipo empleado en una región de 7 cm de diámetro que comprende la ROI utilizada para el cálculo del NPS (6.4 cm).¹⁸

La adquisición de imágenes se ha realizado en condiciones similares a las de la práctica clínica con el objetivo de que proporcionen una estimación lo más realista posible de las componentes de ruido presentes en la imagen clínica. A pesar de ello, el FOV analizado, 256 mm de diámetro, se ha escogido de manera que no existiera *aliasing* en los filtros de cuerpo estándar, siendo los FOV clínicos habitualmente más amplios. Prueba de la no existencia de *aliasing* es que en los espectros mencionados los valores para altas frecuencias, por un lado, caen a cero y, por otro, presentan simetría circular, sin observarse ninguna dirección privilegiada, al contrario de lo reportado para TC de geometría de haz paralelo.⁶ A ello contribuye también el hecho de que, en los equipos actuales, el reducido muestreo espacial entre detectores, disminuye la posibilidad de aparición de *aliasing*. Para filtros que actúan como filtros con preservación y/o realce de altas frecuencias, como por ejemplo, los filtros estudiados FC30 y FC52, la existencia de *aliasing* parece inevitable.

Como era de esperar^{9,11,12} los NPS encontrados muestran que para filtros de cuerpo con núcleos de convolución que suponen un mayor suavizado en la imagen reconstruida, el espectro se concentra en las bajas frecuencias, mientras que, para los denominados filtros *sharp*, el espectro se extiende hasta las altas frecuencias. El análisis por componentes realizado permite deducir que existe una componente a baja frecuencia, en gran parte debida al ruido estructural. Esta componente puede suponer un potencial efecto negativo en la detectabilidad de lesiones, aunque existen estudios¹⁰ en los que se minimiza su importancia en observadores humanos. Eliminando el ruido estructural mediante substracción de pares de imágenes, la linealidad esperada a baja frecuencia debida al filtro rampa, componente común supuesta a todos los filtros, es observada en los filtros de cuerpo estándar. Para filtros más específicos de hueso o tórax la linealidad no se conserva ya que las bajas frecuencias son filtradas prácticamente en su totalidad.

Por otro lado, la técnica de adquisición de las imágenes, helicoidal o secuencial, parece tener poca repercusión en la distribución de frecuencias aunque tiene cierta relevancia sobre la magnitud de ruido. Al contrario de lo recogido en la literatura¹² el empleo de la técnica secuencial supone, en nuestro caso, un aumento significativo de ruido en la imagen al compararse con el obtenido mediante la técnica helicoidal equivalente en términos de mAs efectivos, esto es, *pitch* 1.00 (tabla 3). Esta diferencia puede tener su origen en el algoritmo de interpolación de la técnica helicoidal, por ser la única diferencia, a priori, entre ambas técnicas de adquisición. Para estudios con técnica helicoidal con *pitch* por encima de 1 el NPS presenta una mayor magnitud de ruido, lo cual puede

explicarse por el menor número de datos para el muestreo. La comparación entre estudios con valores de *pitch* de 1.00 y 0.75 muestran espectros semejantes con una magnitud de ruido coincidente dentro del margen de incertidumbre.

Una de las limitaciones que presenta el estudio es que no se han analizado aquellas correlaciones adicionales en el NPS que pudiera conllevar el hecho de emplear un maniquí de otro tamaño y/o en otra posición, y que no están asociadas al proceso de reconstrucción. Por otra parte, en futuros estudios se analizará la relación del NPS con otras métricas de calidad de imagen, como son la Función de Transferencia de Modulación o la Relación Señal-Ruido, y la dependencia del NPS con parámetros de adquisición tales como el espesor de corte o el FOV.

Conclusiones

La caracterización de las propiedades del ruido mediante análisis de Fourier se muestra como una herramienta potente para imágenes digitales de TC. El NPS permite caracterizar el ruido tanto en magnitud como en distribución espacial. En este trabajo, se estudia el origen teórico del NPS y, a partir de él, se propone un procedimiento para determinar sus componentes de manera experimental mediante imágenes de un maniquí uniforme. Dicho procedimiento se ha integrado dentro de una herramienta automática que puede permitir al usuario implementar su cálculo con facilidad y puede ser de utilidad a la hora de comparar protocolos y optimizar el uso del equipo. Los NPS obtenidos presentan una clara dependencia con el núcleo de convolución empleado para la reconstrucción. Además, existe también cierta influencia en la técnica empleada, helicoidal o secuencial. La componente principal del NPS obtenido para las condiciones propuestas en el trabajo es la componente aleatoria, debida a la propia naturaleza cuántica del proceso, aunque existe también un aporte no despreciable de la componente estructural en las bajas frecuencias.

Anexo

El valor de píxel de una imagen digital uniforme puede considerarse como una variable real, aleatoria y estacionaria. Una variable aleatoria se dice que es estacionaria en el dominio espacial cuando su distribución de probabilidad en una determinada posición es la misma que en cualquier otra. En este caso, la media y la varianza son independientes de la posición.

El NPS de una variable aleatoria, real y estacionaria $a(x)$ se define como la transformada de Fourier (TF) de su función de autocovarianza $k_a(x)$:

$$NPS_a(u) \equiv TF[k_a(x)] = \int_{-\infty}^{+\infty} k_a(x) e^{-2i\pi ux} dx \quad (8)$$

La función de autocovarianza de una variable real $a(x)$ viene dada por:

$$k_a(x) = k_a(x', x' + x) \equiv E[\Delta a(x') \cdot \Delta a(x' + x)] \quad (9)$$

donde $E[\]$ indica el valor esperado de la variable y $\Delta a(x) = a(x) - E[a(x)]$. Si la variable, además, es ergódica el valor esperado a lo largo de las realizaciones, es decir, la media estadística de la muestra, puede ser intercambiada por su correspondiente media espacial, de modo que:

$$k_a(x) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} \int_X \Delta a(x') \Delta a(x' + x) dx' \quad (10)$$

donde X representa la región espacial en la que se realiza el promedio. De las ecuaciones (8) y (10) se deduce que el NPS de una variable aleatoria estacionaria y ergódica es:¹⁹

$$NPS_a(u) = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{X} |TF(\Delta a(x))|^2 \quad (11)$$

El NPS representa la estructura de frecuencias del ruido, ya que determina la varianza del ruido en cada frecuencia espacial. La integral de la curva $NPS_a(u)$ en todo el dominio de frecuencias es igual a la varianza de la variable aleatoria $a(x)$:

$$\begin{aligned} \int_{-\infty}^{+\infty} NPS_a(u) du &= \int_{-\infty}^{+\infty} du \int_{-\infty}^{+\infty} k_a(x) e^{-2i\pi xu} dx = \\ &= \int_{-\infty}^{+\infty} k_a(x) \delta(x) dx = k_a(0) \equiv \sigma_a^2 \end{aligned} \quad (12)$$

En el caso de una imagen digital, el NPS se puede estimar a través de la transformada de Fourier discreta (TFD) de una región de interés (ROI) de la imagen de un objeto uniforme:¹⁹

$$\begin{aligned} NPS_a(u, v) &= \frac{P_x P_y}{N_x N_y} |TFD(\Delta d_{n,m})|^2 = \\ &= \frac{P_x P_y}{N_x N_y} \left| \sum_{n=0}^{N_x-1} \sum_{m=0}^{N_y-1} \Delta d_{n,m} e^{-2i\pi n j / N_x} e^{-2i\pi m k / N_y} \right|^2 \end{aligned} \quad (13)$$

donde $\Delta d_{n,m} = d_{n,m} - E[d_{n,m}]$, siendo n y m índices discretos ($0 \leq n \leq N_x - 1$ y $0 \leq m \leq N_y - 1$), $d_{n,m}$ es el valor

de píxel de la posición (n, m) , P_x y P_y son los tamaños de píxel en las dimensiones x e y , respectivamente, y N_x y N_y son las dimensiones en píxeles de la ROI empleada en las direcciones x e y , respectivamente. Nótese que, en este caso, el NPS únicamente está definido para las frecuencias evaluadas por la TFD, es decir: $u = j/(P_x \cdot N_x)$ y $v = k/(P_y \cdot N_y)$ siendo j y k índices discretos.

Bibliografía

1. Hsieh J. Computed Tomography: principles, design, artifacts and recent advances. 1 ed. Bellingham (WA): SPIE-The International Society for Optical Engineering 2003;167-72.
2. Hanson K. Radiology of the skull and Brain, Vol. 5: Technical Aspects of Computed Tomography. TH Newton and DG Potts, eds. St. Louis: The C. V. Mosby Company 1981;3941-54.
3. Riederer S, Pelc N, Chesler D. The Noise Power Spectrum in Computed X-ray Tomography. Phys Med Biol 1978;23:446-54.
4. Hanson K. Detectability in computed tomographic images. Med Phys 1979;6:441-51.
5. Faulkner K, Moores B. Analysis of x-ray computed tomography images using the noise power spectrum and autocorrelation function. Phys Med Biol 1984;29:1343-52.
6. Kijewski M, Judy P. The noise power spectrum of CT images. Phys Med Biol 1987;32:565-75.
7. Baek J, Pelc N. The noise power spectrum in CT with direct fan beam reconstruction. Med Phys 2010;37:2074-81.
8. Siewerdsen J, Cunningham I, Jaffray D. A framework for noise-power spectrum analysis of multidimensional images. Med Phys 2002;29:2656-71.
9. Boedecker K, Cooper V, McNitt-Gray M. Application of the noise power spectrum in modern diagnostic MDCT: part I. Measurement of noise power spectra and noise equivalent quanta. Phys Med Biol 2007;52:4027-46.
10. Boedecker K, McNitt-Gray M. Application of the noise power spectrum in modern diagnostic MDCT: part II. Noise power spectra and signal to noise. Phys Med Biol 2007;52:4047-61.
11. Solomon J, Christianson O, Samei E. Quantitative comparison of noise texture across CT scanners from different manufacturers. Med Phys 2012;39:6048-55.
12. International Commission on Radiation Units and Measurements. ICRU Report 87. Radiation dose and image-quality assesment in computed tomography. J ICRU 2012;12:1-149.
13. Tward DJ, Siewerdsen JH. Cascaded systems analysis of the 3D noise transfer characteristics of flat-panel cone-beam CT. Med Phys 2008;35:5510-29.
14. Baek J, Pelc N. Local and global 3D noise power spectrum in cone-beam CT system with FDK reconstruction. Med Phys 2011;38:2122-31.
15. Rasband W. ImageJ. Bethesda, MA: U. S. National Institutes of Health; 1997-2009. Available from: <http://rsb.info.nih.gov/ij/>
16. Abramoff M, Magelhaes P, Ram S. Image processing with ImageJ. Biophotonics International. 2004;11:36-42.

17. Reeves A. Optimized Fast Hartley Transform for the MC68000 with applications in image processing. Ph D Thesis. Hanover, New Hampshire: Thayer School of Engineering Dartmouth College; 1990. ImageJ plugin: <http://rsbweb.nih.gov/ij/plugins/fft.html>
18. Garayoa J, Castro P. A study on image quality provided by a kilovoltage cone-beam computed tomography. J App Clin Med Phys 2013;14:239-57.
19. Cunningham IA. Handbook of Medical Imaging. Volume 1: Physics and Psychophysics. J Beutel, HL Kundel, RL Van Metter, eds. Bellingham (WA): SPIE-The International Society for Optical Engineering 2000;79-159.