

Incorporación de la corrección por el ángulo de incidencia al método de Sherouse

Incorporating the angle of incidence correction to the Sherouse's method

N Morales^{1*}, G Píriz², M García¹

¹ Dpto. de Ciencias Físicas, Universidad de la Frontera, Temuco, Chile.

² Unidad de Física Médica, Instituto Nacional del Cáncer, Santiago, Chile.

Fecha de Recepción: 25/10/2010 - Fecha de Aceptación: 10/04/2011

El método de Sherouse permite, mediante el análisis de gradientes de dosis, determinar el ángulo de un filtro cuña y su orientación para lograr obtener una dosis homogénea en el volumen de intersección de los haces. Este método originalmente considera, entre otras cosas, una superficie de entrada plana y perpendicular al haz de radiación. En este trabajo se incorpora una corrección debido al ángulo que se forma entre la superficie de entrada y el haz de radiación.

Se plantean tres ecuaciones derivadas de tres métodos descritos en el *ICRU 24* para determinar el gradiente transaxial inherente generado por el ángulo de incidencia. Se trabajó con valores de PDD extraídos del *BJR suplemento 25* para diferentes profundidades y tamaños de campo. Usando como referencia el método TAR, se obtuvo para los métodos Shift y SSD efectiva una máxima diferencia porcentual a 10 cm de profundidad de 2,5% y 3,3% respectivamente.

Este método permite relacionar las tres formas de modelar el cálculo en cuestión, establecer los gradientes axial y transaxial en función del PDD y mejorar la aplicación del método de Sherouse en la práctica cotidiana.

Palabras clave: Método de Sherouse, corrección por superficie, optimización, cuñas.

Sherouse's method allows, through the analysis of dose gradients, to determine the angle of a wedge filter and its orientation in order to obtain a homogeneous dose in the intersection volume of the beams. This method originally considered, among other things, a flat entrance surface and perpendicular to the beam of radiation. This work includes a correction due to the angle formed between the input surface and the radiation beam.

It arises three equations derived from three methods described in *ICRU 24* to determine the inherent transaxial gradient generated by the angle of incidence. We worked with PDD values taken from the *BJR supplement 25* for different depths and field sizes. Using the TAR method as a reference, a maximum percent difference to 10 cm of depth, was of 2.5% and 3.3% for Shift and SSD effective methods, respectively.

This method allows to link the three ways of modeling calculations, establish the axial and transaxial gradients according to the PDD, to improve the Sherouse's method applications in everyday practice.

Key words: Sherouse's method, surface correction, optimization, wedges.

Introducción

El proceso de planificación dosimétrica de un tratamiento de radioterapia requiere del conocimiento de numerosos parámetros que influyen directamente en el resultado que se quiere lograr. Un procedimiento de gran utilidad consiste en hacer un análisis vectorial de los gradientes de dosis que generan los haces de irradiación y de esta forma determinar, por ejemplo, el ángulo de filtro cuña que se requiere para obtener una distribución de dosis homogénea.

Este método matemático de cálculo lo replanteó G. Sherouse¹ para la elección de cuñas, rotación de colimador y pesos relativos de los campos de tratamiento, pudiendo aplicarse a haces estáticos co-planares y no coplanares, pero sin considerar el gradiente generado por el ángulo de incidencia del haz.

El método es aplicable a un número arbitrario de haces que se cruzan para lograr la máxima homogeneidad de dosis en el volumen de intersección. Consiste en un *análisis matemático de los gradientes de dosis* de cada uno de los haces, cuyas bases

* Correspondencia
Email: nimoralesv@gmail.com

matemáticas fueron previamente publicadas por Sonntag (1975); desafortunadamente éstas no fueron debidamente acogidas por la comunidad científica dado el desarrollo de la radioterapia de aquella época. En un trabajo independiente, G. Sherouse redescubrió y reformuló los antiguos teoremas de Sonntag descritos en publicaciones alemanas^{1,2}. En este trabajo se propone una ampliación del método de Sherouse para considerar el ángulo de incidencia de cada haz.

Material y métodos

El formalismo que el método de Sherouse plantea permite evaluar el volumen de intersección de dos o más campos de irradiación, estableciendo que *la suma vectorial de los gradientes de dosis debe ser igual a cero*, o que la distribución de dosis en el PTV sea totalmente homogénea^{1,2}, de aquí que:

$$\sum_i^n W_i \vec{G}_i = \vec{0} \quad (1)$$

donde W_i es el peso o contribución relativa del haz i , \vec{G}_i es el gradiente de dosis del haz i , siendo n el número de haces. Además de lo anterior, Sherouse plantea que, mediante el análisis vectorial de los gradientes de dosis es posible determinar el ángulo más apropiado de una cuña, su orientación y peso relativo para cada uno de los campos que componen el plan de tratamiento. Para realizar el análisis vectorial de los gradientes de dosis se deben considerar algunos factores como:

- La planicidad de la superficie de entrada.
- El ángulo de incidencia del haz.
- La calidad y energía del mismo.
- El peso relativo de cada campo.
- La influencia de la cuña en la calidad del haz.
- El gradiente generado por el filtro cuña.
- La densidad y homogeneidad del volumen a irradiar, entre otros.

Este método es totalmente aplicable bajo ciertas condiciones ideales que simplificarán su comprensión y desarrollo. Estas condiciones ideales son¹:

- Perpendicularidad del eje del haz con la superficie de entrada.
- Similar gradiente de dosis para cada angulación de los campos.
- La dosis relativa que entrega cada campo está dada por su peso.
- El gradiente que genera la cuña es sólo una modificación transaxial del gradiente generado por el haz sin cuña.
- Tejido de densidad homogénea, sin corrección dosimétrica por inhomogeneidades.

Los haces de radiación presentan, por sí mismos, un gradiente de dosis que por convenio se considerará positivo en sentido contrario al del haz de radiación. Esto se puede representar con un vector apuntando hacia la fuente de emisión. La magnitud del gradiente de dosis depende de las mismas variables de las que depende la dosis en profundidad, es decir, del tamaño de campo, la calidad del haz, la profundidad, la distancia fuente-superficie (*SSD*) y la densidad del medio¹ (en este caso agua); por lo tanto, se considerará de igual modo que la variación de la dosis en función de la profundidad.

Si se adiciona un filtro cuña al haz de radiación, el efecto que éste causará será el de un gradiente transaxial (perpendicular) al haz primario, es decir, si la distribución de dosis está representada por un campo escalar D , entonces, el gradiente de dosis resultante de un haz con cuña será la suma vectorial del gradiente propio del campo axial \vec{G}_a (sin cuña) y el gradiente transaxial que genera el filtro cuña \vec{G}_r ; por lo tanto, el gradiente de dosis resultante \vec{G} será:

$$\vec{G} = \vec{\nabla} D = \vec{G}_a + \vec{G}_r \quad (2)$$

La orientación de \vec{G}_r está dada por la posición de la cuña o la rotación del colimador θ_c . Cabe mencionar que, en primera instancia, el gradiente de dosis que genera el filtro cuña es estrictamente perpendicular al eje central del haz, no alterando la componente axial del gradiente de dosis, \vec{G}_a ¹.

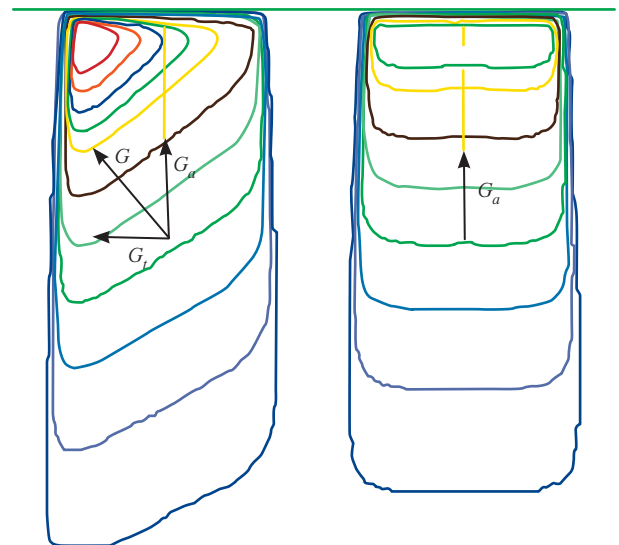


Fig. 1. A la derecha se observa un haz sin cuña, indicando la dirección y sentido de su vector. A la izquierda se observa un haz acuña, donde se aprecian los vectores correspondientes a la cuña, el eje axial y el gradiente resultante de la suma de vectores.

El ángulo que tendrá una cuña estará dado por el ángulo del vector resultante de la suma de sus componentes ($\vec{G}_a + \vec{G}_t$), o en el caso del cruce de dos haces por:

$$\theta_w = 90 - \frac{\theta_h}{2} \quad (3)$$

siendo θ_h el ángulo entre los ejes de los haces¹⁻³.

Formalismo del porcentaje de dosis en profundidad (PDD)

Por definición el PDD es la relación entre la dosis a una profundidad d en un maniquí y la dosis a la profundidad de máxima dosis (d_m). Depende de: la energía, el tamaño de campo, la SSD, la profundidad, el coeficiente de atenuación lineal del medio y la dispersión en él:

$$PDD(E, c, f, d, \mu, K_s) = 100 \cdot \left(\frac{f + d_m}{f + d} \right)^2 \cdot e^{-\mu(d - d_m)} \cdot K_s \quad (4)$$

donde f es la SSD, μ es el coeficiente de atenuación del medio que es función de la energía E , d es la profundidad y K_s es la dispersión del haz que a su vez depende de la energía E y el tamaño de campo c . Para una misma energía E y tamaño de campo c , el rendimiento en profundidad es función solo de la profundidad, $PDD(d)$ ^{3,4}.

Se desarrollaron los tres métodos descritos en el ICRU 24 (TAR, Shift y SSD efectiva) para corrección por superficie⁵, a los cuales se les aplicó el concepto de gradiente, el formalismo de PDD y algunos desarrollos en serie de Taylor, que se aproximaron como se señalan a continuación:

$$\frac{1}{a - x} \approx \frac{1}{a} + \frac{x}{a^2} \quad (5)$$

$$e^x \approx 1 + x \quad (6)$$

El planteamiento matemático se realizó en función del PDD, aplicando la ecuación (4). En este trabajo se consideró como medio de atenuación el agua y su coeficiente de atenuación lineal (μ) constante e igual a 0,0463 cm⁻¹ para energía de 6 MV y 0.0629 cm⁻¹ para 60Co⁶⁻⁷.

El ángulo de incidencia (β) es el ángulo formado por el eje del haz y la normal de la superficie de entrada, quedando determinado por:

$$\tan \beta = \frac{x}{h} \quad (7)$$

Siendo x el tamaño de campo en la superficie de entrada del haz y h el espesor de "falta de tejido" (distancia entre la superficie y una línea recta perpendicular al eje en el punto de entrada).

Determinación del gradiente axial \vec{G}_a

Aplicando el concepto de gradiente, podemos representar el gradiente axial propio del campo incidente como \vec{G}_a , un vector que apunta a la fuente de radiación con módulo dado por la expresión:

$$|\vec{G}_a| = \lim_{\Delta d \rightarrow 0} \frac{PDD(d, c) - PDD(d - \Delta d, c)}{\Delta d} \quad (8)$$

Desarrollando esta ecuación se tiene:

$$|\vec{G}_a| = PDD(d) \cdot \left(\frac{2}{f + d} + \mu \right) \quad (9)$$

Determinación del gradiente transaxial \vec{G}_t

Desarrollo mediante el método TAR

Con este método se determinó que el módulo del gradiente transaxial \vec{G}_t está dado por:

$$|\vec{G}_t| = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{PDD(d) \cdot CF - PDD(d)}{\Delta x} \quad (10)$$

donde CF es un factor de corrección que se calcula mediante:

$$CF = \frac{PDD(d - \Delta h) \cdot (f + d - \Delta h)^2}{PDD(d) \cdot (f + d)^2} \quad (11)$$

Obteniéndose finalmente que:

$$|\vec{G}_t| = PDD(d) \cdot \tan(\beta) \cdot \mu \quad (12)$$

o en función de \vec{G}_a :

$$|\vec{G}_t| = \frac{|\vec{G}_a|}{\left(\frac{2}{f + d} + \mu \right)} \cdot \tan(\beta) \cdot \mu \quad (13)$$

Desarrollo mediante el método Shift

Con este otro método, muy simple de aplicar, se obtuvo el gradiente transaxial como sigue:

$$|\vec{G}_t| = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{PDD(d - k \cdot \Delta h) - PDD(d)}{\Delta x} \quad (14)$$

donde, k es una constante dependiente de la calidad del haz y, en estricto rigor, del tamaño de campo, la profundidad y la SSD. El valor de k para fotones de rayos X con energía de 1 a 5 MV es de 0,7, y para energías entre 5 y 15 MV de 0,6⁵.

Empleando la ec. (7) se obtuvo:

$$|\vec{G}_t| = PDD(d) \cdot k \cdot \tan(\beta) \cdot \left[\mu + \frac{2}{f+d} \right] \quad (15)$$

o en función de G_a :

$$|\vec{G}_t| = |\vec{G}_a| \cdot k \cdot \tan(\beta) \quad (16)$$

Desarrollo mediante el método SSD efectiva

Mediante este tercer método también se determinó el gradiente transaxial que estará dado por:

$$|\vec{G}_t| = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{PDD(d - \Delta h) \left(\frac{f + d_m}{f + \Delta h + d_m} \right)^2 - PDD(d)}{\Delta x} \quad (17)$$

Desarrollando este planteamiento se obtuvo que:

$$|\vec{G}_t| = PDD(d) \cdot \tan(\beta) \cdot \left(\mu + \frac{2}{f+d} - \frac{2}{f+dm} \right) \quad (18)$$

o en función de \vec{G}_a

$$|\vec{G}_t| = |\vec{G}_a| \cdot \tan(\beta) \cdot \frac{\left(\mu + \frac{2}{f+d} - \frac{2}{f+dm} \right)}{\left(\frac{2}{f+d} + \mu \right)} \quad (19)$$

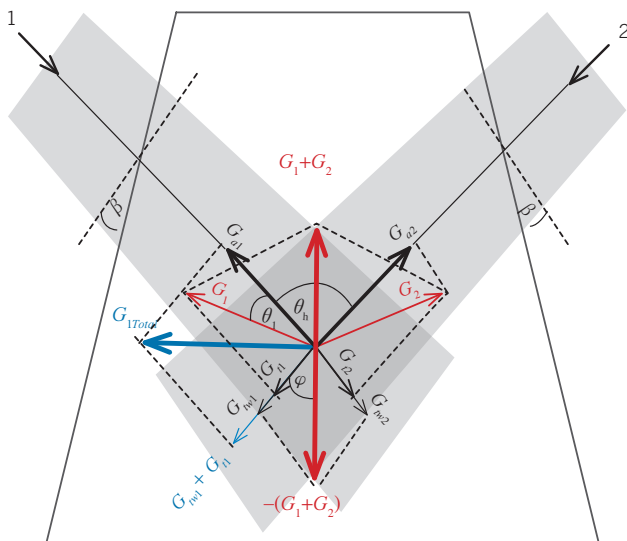


Fig. 2. Descripción vectorial para determinar el gradiente total, dependiendo del ángulo de incidencia con la superficie de entrada (β), y el ángulo entre el eje de los haces 1 y 2 (θ_h).

Ejemplo de la aplicación del método de Sherouse para dos haces con incidencia oblicua

Consideremos dos haces simétricos y de igual peso relativo que inciden de forma oblicua, fig. 2. El ángulo entre ambos es θ_h y el ángulo de incidencia con la superficie de entrada de ambos es β . Designamos $\vec{G}_a = \vec{G}_{a1} = \vec{G}_{a2}$ al gradiente axial de dosis de cada haz. De acuerdo a lo expuesto y dado que existe un ángulo de incidencia (β) mayor que cero, ambos haces presentan un gradiente transaxial G_t cuyo valor, usando el método Shift, será $|\vec{G}_t| = |\vec{G}_a| \cdot k \cdot \tan(\beta)$. En estas condiciones, se genera un gradiente de dosis para cada haz (\vec{G}_1 y \vec{G}_2) que está dado por la suma vectorial del gradiente axial y transaxial de cada uno, $\vec{G}_1 = \vec{G}_{a1} + \vec{G}_{t1}$. La suma de ambos no se anula, dando lugar a una distribución de dosis no uniforme. La magnitud del gradiente resultante de cada haz, aplicando el método Shift, será $G_1 = G_{a1}(1 + k \cdot \tan(\beta))$. El ángulo que forma el gradiente G_1 con el eje del haz está dado por $\theta_1 = \tan^{-1}(k \tan(\beta))$.

Para obtener una distribución de dosis uniforme es necesario introducir una componente transaxial para cada haz de forma que genere un gradiente que anule al anterior. Por simetría en este ejemplo es fácil ver que el ángulo formado entre la dirección transaxial y el vector gradiente a generar es $\varphi = 90^\circ - (\theta_h/2)$; en un caso más general este ángulo tendría que ser determinado a partir de los valores de G_1 y G_2 . La componente del gradiente transaxial que genera la cuña para el haz 1 será:

$$G_{rw1} = \frac{G_1 + G_2}{2} \sin\left(\frac{\theta_h}{2}\right)$$

En la figura podemos observar que la suma de todas las componentes para el haz 1 (G_{1Total}) es un vector sin componente vertical, por lo tanto se anulará al sumar el gradiente total del haz 2 (G_{2Total}).

Denominando θ_w al ángulo de cuña tendremos que:

$$(20)$$

$$\theta_{w1} = \tan^{-1}\left(\frac{G_{rw1}}{G_{a1}}\right) = \tan^{-1}\left(\cot\left(\frac{\theta_h}{2}\right) - (1 + k \tan(\beta))\right)$$

de esta manera el término que da cuenta de la incidencia oblicua, se presenta como una corrección a la expresión deducida por Sherouse para una situación similar.

Resultados y discusión

Las ecuaciones (13), (16) y (19) permitieron determinar efectivamente el gradiente generado por el ángulo de incidencia con la superficie de entrada (β).

Utilizando como referencia el método TAR se determinaron las diferencias relativas para distintas profundidades, tamaños de campo y ángulo de superficie.

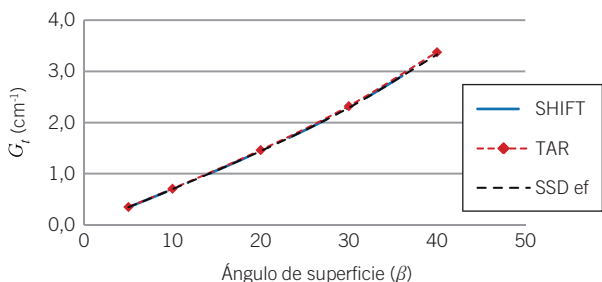


Fig. 3. Valores de G_t dependiendo del ángulo de la superficie (β), para campo 10 x 10 cm y 5 cm de profundidad, en un haz de fotones de 6MV.

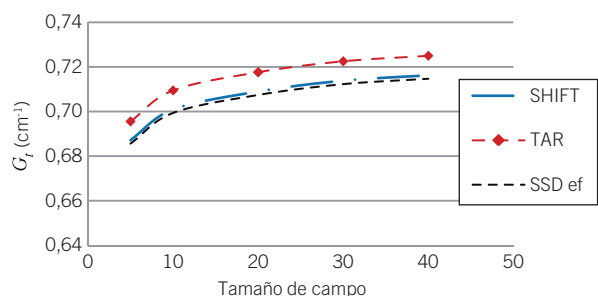


Fig. 4. Valores de G_t dependiendo del tamaño de campo, para 5 cm de profundidad, angulación de superficie $\beta=10^\circ$, en un haz de fotones de 6MV.

Entre los tres métodos descritos no se observaron diferencias porcentuales dependientes del tamaño de campo a la profundidad de máxima dosis d_m .

Los parámetros: ángulo de incidencia (β) y tamaño de campo, afectan directamente el gradiente de dosis en cada uno de los métodos descritos, aunque las diferencias porcentuales entre ellos se mantienen constantes, fig. 3 y 4.

El método Shift presentó una diferencia porcentual de un 0,2% a profundidad d_m hasta un 2,5% a 10 cm de profundidad, tabla 1 y fig. 5, siendo el valor de k crítico en la determinación del gradiente, obteniéndose resultados muy razonables con valores de $k=0,7$

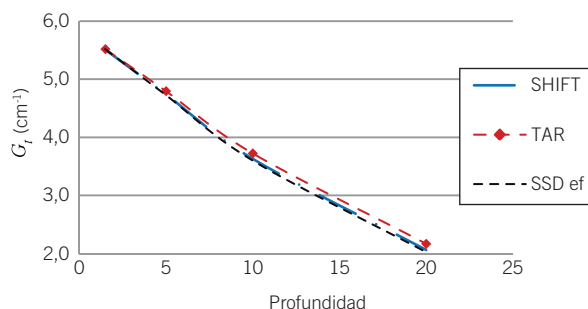


Fig. 5. Valores de G_t dependiendo de la profundidad, para tamaño de campo 10 x 10 cm, angulación de superficie $\beta=50^\circ$, en un haz de fotones de 6MV.

Tabla 1. Valores de G_a y G_t obtenidos por tres métodos distintos, para distintas profundidades (d) y ángulos de entrada (β), en un campo de 10x10 cm con haces de fotones de ^{60}Co , 4 MV y 6 MV; siendo d la profundidad de cálculo; μ el coeficiente de atenuación lineal del agua y d_m la profundidad de máxima dosis. Obsérvese que los valores de $k = 0,73$ y $0,7$ resultan bastante aceptables para profundidades inferiores a 10 cm. El coeficiente de atenuación lineal (μ) fue obtenido para cada energía, considerando la energía más probable en los haces de fotones de megavoltage, de la base de datos aportada por NIST⁷.

Energía nominal	PDD (d)	d	μ	k	β	d_m	G_a	SHIFT		TAR	SSD eff	
								G_t	Dif	G_t	G_t	Dif
^{60}Co	100	0,5	0,063	0,73	5	0,5	8,77	0,56	-1,8%	0,55	0,55	0,0%
	78,4	5			10		6,78	0,87	-0,3%	0,87	0,85	2,1%
	55,6	10			20		4,73	1,26	1,2%	1,27	1,22	4,2%
	38,9	15			30		3,27	1,38	2,6%	1,41	1,33	6,0%
	27,2	20			40		2,25	1,38	3,8%	1,44	1,33	7,7%
4 MV	100	1	0,053	0,73	20	1,0	7,31	1,94	-0,1%	1,94	1,94	0,0%
	83,9	5			20		6,07	1,61	0,9%	1,63	1,60	1,4%
	63,0	10			20		4,50	1,20	2,1%	1,22	1,19	3,0%
	34,1	20			20		2,39	0,63	4,2%	0,66	0,62	5,9%
6 MV	100	1,5	0,046	0,7	5	1,5	6,60	0,40	0,2%	0,41	0,41	0,0%
	86,9	5			10		5,68	0,70	1,2%	0,71	0,70	1,4%
	67,5	10			20		4,35	1,11	2,5%	1,14	1,10	3,3%
	39,3	20			30		2,47	1,00	4,8%	1,05	0,98	6,6%

para energías de 6 MV y $k=0,73$ para 4 MV y ^{60}Co , tabla 1.

El método *SSD efectiva* incrementó proporcionalmente su diferencia porcentual al incrementar la profundidad, de 0% a d_m hasta un 3,3% a 10 cm de profundidad, tabla 1 y fig. 5.

Conclusiones

Se pudo determinar, directamente del *PDD*, el gradiente transaxial \vec{G}_r , que genera la angulación de la superficie de entrada con el haz central, resultado de gran utilidad para determinar la distribución de dosis, el ángulo de una cuña y su orientación requerida para homogenizar la dosis en un volumen determinado.

El valor del coeficiente de atenuación lineal juega un rol determinante en los resultados, por lo que es necesario establecerlo con precisión para cada medio y energía incidente.

Bibliografía

1. George W. Sherouse. A mathematical basis for selection of wedge angle and orientation. *Med Phys* 1993;20:1211-8.
2. Webb S. *The Physics of Conformal Radiotherapy*. 1 ed. Bristol: Institute of Physics; 1997.
3. Khan FM. *The Physics of Radiation Therapy*. 3 ed. Baltimore (MD): Williams & Wilkins; 2003.
4. Johns E, Cunninham J. *The Physics of Radiology*. 4 ed. Springfield (IL): Charles Thomas; 1983.
5. International Commission on Radiation Units and Measurement. Determination of absorbed dose in a patient irradiated by beams of X -or gamma-rays in radiotherapy procedures. ICRU Report 24. Bethesda (MD): 1976.
6. Central axis depth dose data for use in radiotherapy. *BJR Supplement* 25. London: British Institute of Radiology; 1996.
7. Hubbell JH, Seltzer SM. *Tables of X-Ray Mass Attenuation Coefficients and Mass Energy-Absorption Coefficients from 1 keV to 20 MeV for Elements Z = 1 to 92 and 48 Additional Substances of Dosimetric Interest*. Gaithersburg (MD): NIST; 1996.